

Índice de Contenidos

1. INTRODUCCIÓN	2
2. EXPLICITACIÓN DEL TEMA	4
3. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA QUE JUSTIFICA LA REALIZACIÓN DEL PROYECTO INNOVADOR	5
4. ANTECEDENTES Y FUNDAMENTACIÓN DE LA PROPUESTA	8
5. OBJETIVOS	12
5.1 OBJETIVO GENERAL	12
5.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS	12
6. DESTINATARIOS	12
7. CONTEXTO DE APLICACIÓN	13
7.2 CONTEXTO INSTITUCIONAL	13
7.3 CONTEXTO CURRICULAR.....	13
8. ENCUADRE TEÓRICO	17
8.1 EL OFICIO DE SER ESTUDIANTE UNIVERSITARIO.	17
8.2 SOBRE LA ENSEÑANZA Y EL APRENDIZAJE.....	20
8.2.1 <i>El Aula - Taller</i>	22
8.2.2 <i>Secuencias didácticas</i>	24
8.2.3 <i>Aprendizaje significativo en matemática</i>	25
9. PROYECTO ÁULICO: “LA CONSTRUCCIÓN DEL OFICIO DE SER ESTUDIANTE UNIVERSITARIO A TRAVÉS DE LA MATEMÁTICA: UN MODELO DE ENGRANAJES”	28
9.1 UNA NUEVA MODALIDAD DE CLASE	30
9.2 MEDIACIÓN TECNOLÓGICA	30
9.3 ELABORACIÓN DE NUEVOS RECURSOS DIDÁCTICOS	30
9.3.1 <i>Hoja de ruta – Unidad N° 5 “Aplicaciones de la derivada”</i>	30
9.3.2 <i>Secuencia didáctica “Interpretación Geométrica de la Derivada”</i>	31
9.3.3 <i>Video “Interpretación geométrica de la derivada: visualización dinámica”</i>	31
9.3.4 <i>Elaboración de “llaves”</i>	32
10 RECURSOS NECESARIOS Y CONDICIONES DE FACTIBILIDAD	33
11 EVALUACIÓN	33
12 REFLEXIONES FINALES	39
13 REFERENCIAS	40
14 ANEXOS	45
14.1 ANEXO 1 - HOJA DE RUTA - UNIDAD N° 5 “APLICACIONES DE LA DERIVADA”	45
14.2 ANEXO 2 - PROPUESTA DE SECUENCIA DIDÁCTICA: INTERPRETACIÓN GEOMÉTRICA DE LA DERIVADA Y SU RELACIÓN CON EL COMPORTAMIENTO DE LA FUNCIÓN	60
14.3 ANEXO 3 - VIDEO “INTERPRETACIÓN GEOMÉTRICA DE LA DERIVADA”	68
14.4 ANEXO 4 - EVALUACIONES.....	69
14.4.1 <i>Llaves</i>	69

1. Introducción

Si quiere llegar rápido, vaya solo. Si quiere llegar lejos, vaya acompañado.

Proverbio africano.

Nadie puede negar que a lo largo de nuestras vidas una infinita cantidad de personas han colaborado para que hoy lleguemos a ser lo que somos. Desde la familia, la escuela, los amigos, las creencias; y nosotros, que, a partir de toda esa interacción, en un lugar y en un momento determinado actuamos en consecuencia según nuestras propias peculiaridades.

En el caso de los docentes, debemos decir que muchos de nuestros profesores y compañeros de carrera fueron parte de esa formación inicial. Pero cada día de profesión nos permite seguir realizándonos con quienes compartimos diariamente un encuentro común: nuestros estudiantes. Actualmente seguimos en esta construcción personal y profesional con los estudiantes de primer año de carreras de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional de San Luis (UNSL).

Para iniciar, consideramos crucial enunciar nuestra mayor convicción: la Educación Superior es algo más que una simple oferta académica. Así como lo estableció la declaración de la Conferencia Regional de Educación Superior (CRES) en el año 2008, estamos convencidos de que la Educación Superior se configura como un bien público y social, un derecho humano universal y, en consecuencia, una responsabilidad ineludible por parte de los Estados. Por esto, se debe garantizar a las personas, no sólo la accesibilidad sino la posibilidad de habitar y permanecer en las aulas universitarias. La educación superior no debe ser un privilegio reservado a unos pocos, sino un pilar fundamental para el desarrollo individual y colectivo. El acceso a la educación superior no solo permite la formación profesional de los individuos, sino que también contribuye a la construcción de una sociedad más justa, equitativa y próspera. Asumir la Educación Superior como un derecho humano universal, es también reconocer la capacidad transformadora que posee en la vida de las personas, ya que empodera a los individuos, brindándoles las herramientas y los conocimientos necesarios para desenvolverse de manera crítica y autónoma en el mundo.

Durante las últimas décadas, la universidad pública argentina ha experimentado un incremento en la cantidad de alumnos inscriptos, pero no así en el número de egresados. Estamos convencidos de que es necesaria una reforma curricular en beneficio de la educación universitaria, aprovechando todos los recursos posibles para lograr una buena formación e innovación educativa, entendida como “toda planeación y puesta en práctica

creada con el objeto de promover el mejoramiento institucional de las prácticas de la enseñanza y/o de sus resultados” (Litwin, 2008 p.65).

El presente proyecto, surge como una gran inquietud, al comprobar año tras año, desde nuestra experiencia docente, las diversas dificultades que se les presentan a los estudiantes de primer año cuando se enfrentan a diversos conocimientos matemáticos que parecen distantes más allá de todo lo conocido, y que muchas veces definen la culminación o no de una carrera alguna vez elegida. Dificultades que en ocasiones pueden ser salvadas, superadas en cooperación con otro, en un espiral de idas y vueltas entre la teoría, la práctica, la resolución de problemas, el “quehacer matemático” (quehacer que muchas veces no encuentra un espacio “real” en las aulas de los primeros años).

Por esto, se propone una innovación en las prácticas de enseñanza de primer año de las carreras de Ciencias Económicas de la UNSL, para trabajar en un curso de redictado de la asignatura Análisis matemático I.

El proyecto, titulado *“La construcción del oficio de ser estudiante universitario a través de la matemática: un modelo de engranajes”*, pondrá foco en tres cuestiones fundamentales: una nueva modalidad de clase (proponiendo en esta oportunidad el trabajo en un aula-taller), realización de nuevos recursos didácticos (hoja de ruta, secuencia didáctica y evaluaciones continuas) y la mediación tecnológica dentro de un entorno virtual. Se espera que esta propuesta contribuya a la generación de nuevas ideas para la mejora continua de los procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática en el nivel superior, mientras se promueve la construcción del oficio de ser estudiantes universitarios.

2. Explicitación del tema

El ingreso universitario es un tema que en las últimas décadas se ha constituido en un “tema problema”. Como miembros de una universidad pública no estamos ajenos a la problemática planteada. Particularmente, en las últimas décadas, el bajo rendimiento académico de los ingresantes de la UNSL ha afectado el avance e incluso favorecido la deserción de los estudiantes en los primeros años de la carrera, tanto así que estadísticas a partir del año 2002 muestran “una tasa de deserción en primer año del 46,05%, una tasa de graduación del 18,70%, y una duración real de carrera de un 50% por encima de la duración teórica” (Universidad Nacional de San Luis, 2002). Frente a esta problemática, a partir de ese año, se pone en funcionamiento el “Programa de Ingreso y Permanencia de Estudiantes a la Universidad Nacional de San Luis” siendo algunos de los objetivos que persigue dicho programa:

- 1) Mejorar la formación previa de los estudiantes y las competencias y conocimiento que se requieran para los estudios universitarios, cuando así sea necesario;
- 2) Brindar a los estudiantes las posibilidades de revisar y profundizar conocimientos en diferentes áreas disciplinares básicas, según las exigencias de la carrera elegida y el campo laboral,
- 3) Ayudar a los estudiantes a superar sus dificultades acompañándolos en un proceso de análisis y reflexión sobre sus propios procesos de aprendizaje,
- 4) Analizar las prácticas de la enseñanza y de la evaluación en primer año, apuntando al mejoramiento de la calidad de la formación de los estudiantes”. (Universidad Nacional de San Luis, 2002).

Dentro de nuestra institución, la Subsecretaría de Acreditación y Desarrollo Institucional muestra año a año los datos del desgranamiento¹ que se produce en las distintas carreras y que se muestran a continuación (*Fecha de última actualización: 28/1/2025*):

¹ https://datastudio.google.com/u/0/reporting/1KvBIQ1M49BKg5IJ2gO_bx5QqZYLzEqUc/page/YOdK

Subsecretaría de Acreditación y Desarrollo Institucional
Dirección General de Tecnologías de la Información
Universidad Nacional de San Luis

MAPA DESGRANAMIENTO POR CARRERA

Facultad: FCEJS (1) Carrera: LICENCIATURA EN ADMINISTRACIÓN... (1)

Carrera	Cohorte	Año Reinscripción / Alumnos												
		09	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021
LICENCIATURA EN ADMINISTRACIÓN...	2015	-	-	-	-	-	-	84	45	30	29	26	19	19
	2016	-	-	-	-	-	-	-	71	39	26	22	19	17
	2017	-	-	-	-	-	-	-	-	71	46	38	27	23
	2018	-	-	-	-	-	-	-	-	-	67	47	33	30
	2019	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	51	28	27
	2020	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	53	32
	2021	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	61
Total		80	293	306	307	293	277	328	320	295	317	303	278	308

De acuerdo al año de inscripción, por cada año de reinscripción se muestra el número de desgranamiento. Se puede especificar Facultad o Institución y Carrera. Datos generados a partir de SIU-Guaraní Grado - Fecha: 31-03-2022

Fig. 1 – Mapa desgranamiento Carrera Licenciatura en Administración (2010-2021)

Subsecretaría de Acreditación y Desarrollo Institucional
Dirección General de Tecnologías de la Información
Universidad Nacional de San Luis

MAPA DESGRANAMIENTO POR CARRERA

Facultad: FCEJS (1) Carrera: CONTADOR PÚBLICO NACIONAL (1)

Carrera	Cohorte	Año Reinscripción / Alumnos												
		09	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021
CONTADOR PÚBLICO NACIONAL...	2015	-	-	-	-	-	-	122	75	52	43	35	30	29
	2016	-	-	-	-	-	-	-	125	75	59	53	39	35
	2017	-	-	-	-	-	-	-	-	107	68	53	41	43
	2018	-	-	-	-	-	-	-	-	-	125	74	43	47
	2019	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	95	49	42
	2020	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	77	47
	2021	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	89
Total		00	499	514	490	489	484	498	520	502	509	495	425	466

De acuerdo al año de inscripción, por cada año de reinscripción se muestra el número de desgranamiento. Se puede especificar Facultad o Institución y Carrera. Datos generados a partir de SIU-Guaraní Grado - Fecha: 31-03-2022

Fecha de la última actualización: 16/7/2024 11:12:24 | Política de Privacidad

Fig. 2 – Mapa desgranamiento Carrera Contador Público Nacional (2010-2021)

Han pasado más de dos décadas y se puede observar que la tasa de deserción sigue siendo bastante similar (entre 35% y 45% durante el primer año de carrera), y el tema del ingreso y permanencia se ha transformado en una problemática que está comprendida en el Plan de Desarrollo Institucional de la UNSL (2021) como prioritaria, y por esto consideramos crucial proponer acciones desde este proyecto para atender a la misma desde el lugar que nos compete: la enseñanza y el aprendizaje.

3. Planteamiento del problema que justifica la realización del proyecto Innovador

Como docentes de primer año de las carreras de Ciencias Económicas y compartiendo con el conjunto de la comunidad universitaria la preocupación que genera la deserción y el desgranamiento en los primeros años, consideramos que se hace necesario plantear la

enseñanza de la matemática en el nivel superior para que fomente la construcción de formas de pensamiento en las que se aseguren relaciones entre el conocimiento y la aplicación, particularmente en futuros profesionales de Ciencias Económicas. En este sentido, resulta imprescindible realizar transformaciones en la enseñanza tradicional y entender que la Matemática, además de constituir uno de los ejes fundamentales de la educación en todos sus niveles, permite desarrollar capacidades en el orden del pensamiento lógico, intuitivo, creativo e instrumental. Además, la resolución de problemas y la utilización de nuevos modelos de pensamiento para diversos desarrollos serán actividades permanentes según el perfil de nuestros futuros egresados. Cuando hablamos de enseñanza tradicional aquí, nos referimos a la enseñanza que se viene desarrollando en nuestras aulas en las últimas décadas, centrada en la exposición teórica, la memorización de procedimientos, y teniendo al docente con un rol protagónico y al estudiante en un rol más pasivo. En este sentido, se propone un trabajo que promueva la construcción activa del conocimiento y la participación del estudiante en su propio aprendizaje.

Para enfrentar este desafío, el docente debe disponer de un bagaje de conocimientos que no sólo concierne a la disciplina específica, sino también a cuestiones relacionadas al tipo de perfil al que pertenecen nuestros alumnos (características y rasgos particulares), el tipo de metodologías didácticas de los docentes (que existen y que utiliza), los procesos cognitivos y afectivos que se desarrollan en el aprendizaje, el uso de nuevas tecnologías, etc. Sin duda el profesor debe ser consciente de cómo estos factores inciden tanto en la enseñanza como en el aprendizaje, para poder enfrentar las dificultades de los estudiantes, tomando conciencia de estas dimensiones y revisando sus prácticas, que son parte fundamental en el aprendizaje.

Así mismo, no podemos dejar fuera de discusión qué nos pasó en la pandemia, ya que este período no sólo constituyó una ruptura social de todo lo hasta ese momento conocido, incluyendo las prácticas educativas, que tuvieron que reformarse, actualizarle, e incluso en muchos casos pensarse desde escenarios y prácticas hasta ese momento “inimaginables e imposibles”. Todos estos acomodamientos y ajustes, innovaciones, y/o adaptaciones llevaron a repensar las prácticas, la evaluación, la presencialidad, la importancia de la “conexión” y los vínculos... Un gran aprendizaje, por momentos placentero, por momentos violento, pero sin lugar a dudas con múltiples resistencias, incertidumbres y enseñanzas respecto de todo lo vivido hasta ahora.

Antes del 2020, las clases de matemática en las carreras de Ciencias Económicas de la UNSL, se organizaban en la teoría “por un lado” (en un día determinado, con un profesor responsable), y la práctica “por el otro”, práctica que se reducía, en muchas oportunidades, a la mera resolución (a veces sistemática) de ejercicios de aplicación. Claro que el problema no eran los días diferentes ni los distintos docentes, sino que entre unos y otros, el estudiante no siempre tenía la oportunidad de tener un rol activo dentro de la clase.

Luego de la pandemia, donde revisamos estas metodologías (un poco en el apuro y la urgencia), y con la vuelta a la presencialidad, nos dimos cuenta que debíamos repensarnos más allá de lo instrumental. Debíamos pensar prácticas comprometidas no sólo con los programas obligatorios sino con los requerimientos cotidianos del enseñar (y aquí me permito decir, no sólo matemática), entre los cuales también aparece como fundamental en primer año: enseñar a ser estudiante universitario.

Si algo nos mostró la experiencia del encierro es que para aprender no basta con “ver”, sino que es necesario “hacer”. Y en este hacer se deben poner en juego conocimientos previos, diversas estrategias de aprendizaje, personalidades, etc.

Por esto mismo, creemos que trabajar con la modalidad aula-taller permitiría la puesta en juego de diversas estrategias por parte de los alumnos para lograr conocimientos significativos, la visualización de las dificultades en el aprendizaje y la valoración continua de los distintos procesos de aprendizaje. Así mismo, es fundamental que ayudemos a nuestros estudiantes con nuestras prácticas a trabajar sobre la reflexión de sus propios aprendizajes académicos, como también de sus aprendizajes del “ser estudiante universitario”, ya que el ingreso a la universidad (extendiéndonos a primer año también), representa un quiebre en las trayectorias educativas, y en muchos casos termina con la ausencia o abandono de un estudiante.

Por último, no debemos perder de vista el poder que tienen las tecnologías de la información y la comunicación (TIC) como herramientas de aprendizaje, ya que numerosas investigaciones en los últimos años han dado cuenta de cómo el uso de las TIC ha sido un medio para crear un ambiente apropiado que beneficie el aprendizaje de la matemática. Y, sobre todo, porque gracias a la tecnología y a todo el desarrollo al que accedimos en pandemia, entendimos que se puede ofrecer al estudiantado una enorme gama de recursos (propios o compartidos por otros), para que cada estudiante tenga oportunidad de aprender a su ritmo, siendo él o ella quien esté en el centro de su propio aprendizaje.

4. Antecedentes y Fundamentación de la Propuesta

Estamos convencidos de que los docentes del nivel superior tenemos muchas posibilidades de mejorar la enseñanza, sobre todo en carreras de Ciencias Económicas, donde la matemática se utiliza básicamente como una herramienta, y lamentablemente muchas veces, es padecida por nuestros estudiantes. Si bien hay un constructo social difícil de derribar en cuanto a creencias acerca de que la matemática es para algunos “iluminados” y el resto pareciera quedar relegado a las sombras, consideramos que es responsabilidad de aquellos que enseñamos esta disciplina, poner en marcha nuevas metodologías que permitan alcanzar no sólo éxito académico sino también librar a aquellos que estudian matemáticas de esos malestares y creencias negativas que impiden el acceso pleno al conocimiento matemático.

En relación al contenido sobre el que se innovará, las investigaciones de Barrera J. (2002), Lleras y otros (2002), Rosado M. y Cordero F. (2002), han constatado sobre las dificultades de los alumnos en el aprendizaje del concepto de la derivada de una función. Así mismo, Moreno Moreno (2005), destaca las dificultades inherentes a la enseñanza del cálculo. Sánchez Matamoros (2008) coincide en esta perspectiva, respaldándola con investigaciones sobre la enseñanza y aprendizaje del lenguaje variacional y del cálculo diferencial e integral. Su experiencia como docente de cálculo, sumada a estudios sobre la enseñanza y aprendizaje del lenguaje variacional y del cálculo diferencial e integral, ponen de manifiesto la complejidad de la asimilación de estos conceptos.

Atendiendo a estos antecedentes, nos centraremos en realizar una propuesta de innovación para la unidad del programa referida al estudio de las aplicaciones de la derivada.

Así mismo, consideramos crucial pensar en estos nuevos seres que habitan nuestras aulas, a quienes llamamos “ingresantes”, cuyas costumbres, hábitos y formas de sobrevivir nada tienen que ver con sus trayectorias educativas previas. ¿Cómo cuidamos estas nuevas “vidas”? ¿Qué posibilidades ofrecemos para aprender a vivir, a habitar, a “ser” estudiantes universitarios? ¿Qué prácticas permiten la inclusión y supervivencia en este nuevo sistema, desconocido por ellos hasta ahora?

Alfalla-Luque, Medina-López y Arenas-Márquez (2011) realizaron un estudio en el que muestran que el método docente influye en la motivación del estudiante. A través del mismo, se han analizado tres metodologías (enseñanza asistida por computadora, seminario presencial y enseñanza a distancia tradicional) determinando su influencia en variables como: motivación, dificultad percibida, comprensión de la asignatura y

percepción del aprendizaje. También se evaluaron entornos educativos, estableciendo los que resultan más adecuados para abordar la formación en una disciplina relacionada a la gestión empresarial. El estudio sugiere que las tecnologías de la información y la comunicación (TIC) pueden ser una herramienta poderosa para fomentar la motivación de los estudiantes cuando se utilizan de manera estratégica. La enseñanza asistida por computadoras, al igual que los seminarios presenciales, ofrecen un entorno de aprendizaje atractivo y dinámico que puede mejorar la experiencia educativa. Sin embargo, es fundamental diseñar actividades en línea que promuevan la interacción y la participación activa de los estudiantes.

Investigaciones realizadas por Carina Enrico y otros (2019), refieren a grupos de estudiantes ingresantes que tuvieron alto desempeño académico y que lograron hacerlo realizando ciertas modificaciones en su modalidad (matrices) de aprendizaje. Las estrategias utilizadas estuvieron relacionadas a dos cuestiones puntuales: por un lado, la administración del tiempo de estudio, y por otro, la obtención de distintos recursos o estrategias de estudio (realizar resúmenes, leer y estudiar de los libros, estudiar en grupo, aprender el “idioma” específico disciplinar, lo que estos autores llaman “alfabetización académica”, entre otros).

En relación a las propuestas docentes, el estudio de Valeri (2022), analiza la efectividad de utilizar múltiples representaciones (gráficas, algebraicas y verbales), en la enseñanza del concepto de límite. Esta autora, utilizando como marco teórico la teoría de Duval (2006), argumentando que al proporcionar a los estudiantes diversas formas de visualizar y comprender el límite, se facilita la adquisición de este concepto abstracto. A través de observaciones de clases y análisis de tareas de los estudiantes, encontró que el uso del software libre GeoGebra (como herramienta para generar representaciones dinámicas), puede ser particularmente beneficioso. Los resultados sugieren que la combinación de diferentes representaciones y el uso de herramientas tecnológicas puede mejorar significativamente la comprensión de los estudiantes sobre el concepto de límite. En particular, muestra que el uso del software permite a los estudiantes visualizar de manera dinámica el comportamiento de las funciones cerca de un punto, facilitando así la comprensión intuitiva del concepto de límite.

Por otro lado, Galindo (2022) desafía la concepción tradicional de la evaluación como un único examen presencial e individual, ampliando también la visión de la evaluación virtual. En lugar de limitarla a un único formato, se proponen diversas secuencias didácticas que muestran que la evaluación en matemática puede ser mucho más rica y

variada, cuando se ofrecen múltiples actividades y herramientas. Si bien el estudio es realizado con estudiantes de nivel secundario, sus conclusiones son muy valiosas para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en el nivel superior, sobre todo en el primer año de carreras de ciencias económicas. Esta autora muestra con su propuesta que la evaluación virtual puede ser variada y flexible, ofreciendo variedad de actividades que van más allá de un solo instrumento. A su vez, trabaja no sólo distintos tipos de evaluación (diagnóstica, formativa y sumativa) sino distintas dimensiones: según el agente y según su propósito. En relación al agente, pone el foco en quién evalúa, entrando aquí las concepciones de autoevaluación, coevaluación y heteroevaluación. En relación a su propósito, focaliza tres aspectos:

Evaluación del aprendizaje: la misma se enfoca en medir los resultados finales y verificar si los estudiantes han adquirido los conocimientos y habilidades esperados.

Evaluación para el aprendizaje: Busca mejorar el aprendizaje a través de la retroalimentación y la identificación de áreas de mejora.

Evaluación como aprendizaje: Implica que los estudiantes aprendan a evaluar su propio proceso de aprendizaje y a reflexionar sobre sus estrategias.

Lo interesante de este trabajo es que se interesa en los diferentes tipos de evaluación, y analiza qué aportes brindan los recursos tecnológicos seleccionados.

Por último, Garcíarena Ucelay (2022), en su tesis de maestría denominada *“Ingreso virtual, una propuesta didáctica para el curso de ingreso de matemática para la FCJES de la UNSL”*, realiza una propuesta para el Curso de Ingreso para carreras de Ciencias económicas. El nuevo curso, centrado en el estudiante y apoyado en tecnologías digitales, promueve el aprendizaje autónomo y flexible. A través de un entorno virtual (plataforma Moodle) y una metodología de clase invertida, busca ofrecer una experiencia educativa más enriquecedora. Para su realización, el autor se basó en el análisis de las dificultades de los estudiantes; y propone que los mismos desarrollen habilidades de aprendizaje autónomo y mejoren su desempeño académico a través del uso de recursos audiovisuales propuestos por el autor. Parte de esta propuesta ya está siendo aplicada en la actualidad, y a esta línea también busca contribuir este proyecto.

Carina Enrico (2024), revela la importancia de acompañar a los estudiantes en la construcción de este “oficio”. La transformación que experimentan a lo largo de la carrera, sugiere la necesidad de implementar estrategias pedagógicas que promuevan el desarrollo de habilidades académicas y sociales. Su investigación tuvo como objetivo comprender los procesos de construcción del oficio de estudiante universitario. A través

del análisis de grupos focales y entrevistas a estudiantes de primero, tercero y quinto año, se evidenció que los estudiantes experimentan una evolución en sus disposiciones y estrategias de aprendizaje a lo largo de la carrera, siendo el tercer año un momento crucial en este proceso. En sus conclusiones, la autora enfatiza la necesidad de brindar un acompañamiento integral a los estudiantes universitarios. Para lograrlo, propone investigar cómo las prácticas docentes pueden contribuir a la formación de un "habitus universitario", es decir, un conjunto de disposiciones, actitudes y conocimientos propios del estudiante universitario. También considera la importancia de crear mecanismos de apoyo para los estudiantes durante toda su trayectoria universitaria, desde el ingreso hasta la graduación.

Por otro lado, Moreno y otros (2020) describen en su investigación estrategias de aprendizaje empleadas por los ingresantes universitarios durante sus experiencias en los primeros meses en las carreras de ingeniería, con la finalidad de analizar las implicancias en las trayectorias de logro y de bajo rendimiento académico. Estos estudios nos permiten pensar en que se pueden promover algunas de estas actividades desde las prácticas de enseñanza, no solo en el ingreso sino durante el primer año de cursada, ya que el paso a la universidad representa una transición significativa en la vida de los estudiantes que va más allá del primer mes de clases. Al ingresar a este nuevo entorno educativo y social, se inicia un proceso de adaptación y transformación hacia el oficio de estudiante universitario.

Siguiendo estas perspectivas, proponemos en este proyecto un cambio en la metodología de la clase, trabajando con la modalidad aula-taller, la cual entendemos puede favorecer el aprendizaje colaborativo y respetar los tiempos de aprendizaje de cada estudiante. Esto brinda así la posibilidad de construir y desarrollar el pensamiento lógico-matemático, fundamental no sólo en la carrera sino en la vida profesional. Por otro lado, plantearemos ofrecer desde las prácticas de enseñanza herramientas e instancias de reflexión que permitan a cada estudiante vincularse con su "ser universitario": construir esta identidad que va mucho más allá de inscribirse en una carrera universitaria, y es solo a través de esta construcción que se puede avanzar y culminar la misma. Pensamos en prácticas que favorezcan los procesos por sobre los resultados, en la apropiación de preguntas por sobre la memorización o la realización mecánica, y sobre todo que valoren la reflexión permanente que permita el aprendizaje por sobre la aprobación. Creemos que el oficio de ser estudiante universitario debe ser algo que también puede enseñarse, que la reflexión

de los aprendizajes académicos y la reflexión de cada estudiante sobre su “oficio” es algo que debemos promover en toda buena enseñanza.

5. Objetivos

5.1 Objetivo General

Proponer un proyecto innovador bajo la modalidad aula-taller, que, atendiendo a las dificultades del rendimiento y deserción en los primeros años de Contador Público y Licenciatura en Administración de la FCJES de la UNSL, brinde aportes para mejorar los aprendizajes de los estudiantes y les ayude en la construcción del “oficio” de ser estudiantes universitarios.

5.2 Objetivos Específicos

- Elaborar un proyecto áulico que permita contribuir a la mejora de los aprendizajes de los estudiantes del grupo de redictado de la asignatura Análisis Matemático I, de las carreras Contador Público Nacional y Licenciatura en Administración, de la UNSL.
- Promover a través de un proyecto áulico un trabajo de reflexión y evaluación continua, que contribuya a la construcción del pensamiento lógico-matemático y el oficio de ser estudiante.
- Elaborar, en el marco del proyecto áulico, material didáctico para la Unidad N° 5 “Aplicaciones de la derivada”, correspondiente al redictado de la asignatura Análisis Matemático I.

6. Destinatarios

Los destinatarios directos serán los estudiantes de primer año que se encuentren en el grupo de redictado de la asignatura Análisis Matemático I, de las carreras de Ciencias Económicas que se dictan en la FCEJS (UNSL). Por otro lado, si se logra la mejora de los aprendizajes de los alumnos, también se verá beneficiada la Institución, al lograr bajar los índices de abandono y deserción de las distintas carreras, principalmente en los primeros años que es donde ocurre el mayor desgranamiento.

7. Contexto de Aplicación

7.2 Contexto Institucional

La Facultad de Ciencias Económicas, Jurídicas y Sociales de la Universidad Nacional de San Luis, Argentina, tiene su sede en la ciudad de Villa Mercedes (San Luis). Las carreras que en ella se dictan son: Contador Público, Licenciatura en Administración, Abogacía, Trabajo Social, Técnico en Gestión financiera, Martillero y Corredor Público y Procurador.

Puesto que desde el año 2002 se viene trabajando en el “Programa de Ingreso y Permanencia de Estudiantes” (Universidad Nacional de San Luis, 2002), la facultad ha realizado acciones concretas para conseguir los objetivos que el programa persigue y previamente se han planteado. Una de esas acciones se ve reflejada en el dictado de un recursado durante el segundo cuatrimestre para todos los alumnos que, ingresando a carreras de ciencias económicas, hayan desaprobado durante el primer cuatrimestre la asignatura Análisis Matemático I, para evitar la deserción de ese grupo de estudiantes.

A través de la siguiente propuesta se pretende trabajar una innovación educativa con el grupo de recursado y formular propuestas de trabajo áulico que lleven a la mejora de la enseñanza y el aprendizaje de la matemática en este tipo de carreras, y que permitan lograr una afiliación académica de los estudiantes en cuestión.

7.3 Contexto Curricular

Las carreras Contador Público Nacional (C.P.N) y Licenciatura en Administración (L.A), de la UNSL, se presentan como una propuesta de formación para profesionales de ciencias económicas. Si bien poseen similitudes, la Licenciatura en Administración tiene un enfoque más amplio, abarcando áreas como marketing, gestión de las instituciones y recursos humanos, y Contador Público, por su parte, se centra en la gestión financiera y contable de las organizaciones. Ambas carreras tienen una propuesta de estudios de cinco años que consta de:

- **Ciclo General** (formado por 15 asignaturas comunes a ambas carreras, distribuidas durante los dos primeros años de cursada), y
- **Ciclo de Formación Profesional**, en el que se desarrollan propuestas educativas específicas para cada formación. Las mismas constan de 24 asignaturas distribuidas desde tercero a quinto año de cada carrera.

En su ciclo general, se encuentra la asignatura Análisis Matemático I, que se dicta en el primer cuatrimestre de primer año y tiene una propuesta de redictado en el segundo cuatrimestre. En este curso, se propone poner al estudiante de ciencias económicas en contacto con una matemática que será herramienta básica para muchas de las asignaturas de la carrera y para su futuro desempeño profesional.

Se presenta al estudiante la teoría de los números reales, una introducción a la programación lineal y al cálculo combinatorio. Se aborda el estudio de funciones reales y sus aplicaciones. Se estudian los conceptos y métodos de cálculo diferencial de funciones de una sola variable. Así mismo, se introduce al estudio de sucesiones y series numéricas. Se pretende que cada alumno logre apreciar el cálculo como disciplina exacta y comprenda la importancia del mismo en las aplicaciones en los campos de economía y ciencias sociales. Los contenidos a desarrollar son presentados, teniendo en cuenta que esta es una de las primeras asignaturas de la carrera, por lo tanto son siempre remitidos a los conceptos previamente adquiridos en el curso de Ingreso, a fin de que el alumno logre desarrollar la habilidad de aplicar esos conceptos previos para resolver problemas y situaciones diversas.

Los objetivos y contenidos de la asignatura son los siguientes:

Objetivos:

- Desarrollar un pensamiento matemático riguroso y crítico, fomentando la capacidad para analizar, interpretar y resolver problemas.
- Fortalecer la competencia en la comunicación matemática, expresando ideas de manera clara, concisa y precisa, tanto de forma oral como escrita.
- Promover la autonomía en el aprendizaje matemático, estimulando la búsqueda de información y la resolución de problemas aplicados a las ciencias económicas y sociales.
- Adquirir un sólido dominio de los conceptos fundamentales del cálculo diferencial e integral,
- Desarrollar habilidades para modelar fenómenos reales a través de herramientas matemáticas, y analizar e interpretar los resultados obtenidos.
- Utilizar software matemático libre (Geogebra) y herramientas tecnológicas para realizar cálculos, simulaciones y visualizaciones.
- Comprender la importancia de la demostración matemática y desarrollar habilidades para construir argumentos lógicos y rigurosos.

Contenidos:

Unidad 1

Números Reales: propiedades de orden. Intervalos: cerrados, abiertos, infinitos. Valor absoluto, propiedades. Desigualdades e inequaciones. Cotas y extremos. Entorno y entorno reducido. Sistemas de inequaciones lineales. Introducción a la programación lineal. Método gráfico. Aplicaciones a la Economía. Análisis Combinatorio. Variaciones. Factorial de un número. Permutaciones. Combinaciones. Permutaciones con repetición. Número combinatorio, propiedades. Potencia de un binomio.

Unidad 2

Función: definición. Notación. Dominio y recorrido. Representación gráfica. Intersección con ejes coordenados. Funciones definidas implícita y implícitamente. Función par e impar. Clasificación de funciones: suryectivas, inyectivas y biyectivas. Función inversa. Operaciones con funciones. Función: compuesta, exponencial, logarítmica. Operaciones con funciones. Función lineal. Representación gráfica. Ecuación general de la recta. Ecuación segmentaria de la recta. Recta por uno y dos puntos. Angulo entre dos rectas. Condición de paralelismo y perpendicularidad.

Unidad 3

Límite: definición. Límite de una función. Teoremas sobre límite. Límites unilaterales. Límites infinitos. Límites para x tendiendo a infinito. Límite especial. Continuidad de una función en un punto. Continuidad de una función en un intervalo. Teoremas sobre continuidad. Aplicaciones.

Unidad 4

Derivada: definición. Notación funcional. Función derivada. Continuidad de una función derivable. Reglas de derivación y métodos. Derivadas de funciones implícitas. Recta tangente y normal aplicando derivada. Derivadas sucesivas. Diferenciales. Significado geométrico de la diferencial.

Unidad 5

La derivada como razón de cambio: relaciones con el concepto promedio y marginal. Función: costo total, costo promedio y costo marginal. Elasticidad de una función. Interpretación geométrica de la derivada. Funciones crecientes y decrecientes. Valores máximos y mínimos de una función. Determinación aplicando el criterio de la derivada primera y el criterio de la derivada segunda. Concavidad y puntos de inflexión. Representación de curvas. Aplicaciones.

Unidad 6

Sucesiones: definición. Sucesiones determinación de términos generales. Sucesión convergente. Sucesiones aritméticas. El n -ésimo término o término general, construcción de sucesiones. Sucesiones geométricas. Series: definición, notación sigma. Series aritméticas: suma de los primeros n -términos. Series geométricas infinitas, series convergentes, determinación de sumas.

Como puede observarse, el programa comienza estableciendo una base de conceptos matemáticos fundamentales para el estudio del cálculo infinitesimal como son los números reales, intervalos y funciones (sus características y propiedades). También se introduce el análisis combinatorio como herramienta para resolver problemas.

La unidad dedicada al límite es crucial. Se introduce el concepto de límite de una función, explorando diferentes tipos de límites y sus propiedades. La continuidad de una función se vincula directamente con este concepto, preparando el terreno para la introducción de la derivada de una función. Las unidades cuatro y cinco, relacionadas al estudio de la misma son centrales en este programa. Se presenta la definición formal de derivada, su interpretación geométrica como pendiente de la recta tangente y su relación con el concepto de límite. Se exploran las reglas de derivación y se aplican a diferentes tipos de funciones. Al enfatizar la interpretación geométrica, se facilita la conexión entre el concepto abstracto y la realidad, muy importante para luego reconocer las aplicaciones de este concepto en el campo de las ciencias económicas.

El programa presenta los contenidos de manera progresiva, buscando que los estudiantes comprendan el significado detrás de cada noción matemática, más allá de la aplicación de fórmulas. Por último, se trabaja con las sucesiones (en particular con progresiones aritméticas y geométricas) y en el estudio de series, contenidos fundamentales para la comprensión de las matemáticas financieras.

El estudio de la derivada resulta fundamental en este programa, ya que posteriormente en las asignaturas: Análisis II, Matemática Financiera y Costos, se trabajará con el cálculo diferencial e integral, para el cual los y las estudiantes deben tener un sólido manejo de este concepto, y es por esta razón que se elige la Unidad 5 para realizar la propuesta innovadora.

Esta elección reside en que el concepto de Derivada es uno de los más importantes del cálculo infinitesimal, sin embargo, a través de la experiencia con nuestros estudiantes observamos que existe un alto grado de dificultad para comprender dicho concepto y su

consecuente interpretación geométrica. Esta situación no hace más que confirmar lo que la historia de la matemática nos muestra acerca del desarrollo de este concepto, puesto que han sido numerosas las vías de desarrollo del análisis matemático para que esta noción sea posible. A pesar de que los estudiantes pueden aprender a realizar derivadas, estos cálculos no se traducen en una comprensión profunda de los conceptos y métodos de pensamiento propios del cálculo, en parte por lo que revela Moreno Moreno (2005), que muchos docentes consideran que no tienen la suficiente formación (didáctica) ni el tiempo para desarrollar programas de innovación.

8. Encuadre teórico

En el presente proyecto, nuestro interés está centrado en dos puntos fundamentales: aportar una propuesta desde la enseñanza que permita mejorar los aprendizajes de los estudiantes en matemática y, por otro lado, ayudarles en ese proceso a seguir construyendo el oficio de ser estudiantes universitarios.

Por esto ponemos sobre la mesa algunos aspectos teóricos sobre los que fundamentaremos esta propuesta:

- ¿Qué es el oficio de ser estudiante universitario? ¿Qué propuestas desde la enseñanza nos permitirán ofrecer y/o ampliar el repertorio de recursos para que nuestros estudiantes aprendan dicho oficio?
- ¿Sobre qué concepto de enseñanza y de aprendizaje nos basamos para abordar esta propuesta de enseñanza? y, por último:
- ¿Cómo creemos que se aprende significativamente en matemática?

8.1 El oficio de Ser estudiante universitario.

Si bien numerosos autores refieren al oficio de ser estudiante universitario, abordaremos esta cuestión teniendo en cuenta las perspectivas de Coulon (1995), Villazón y de Pauw (1997), Bracchi (2016), y Carina Enrico (2019, 2024); que a nuestro entender dialogan y se complementan entre sí.

El sociólogo francés Alain Coulon (2015) indica que el “ser estudiante universitario” se debe considerar como un nuevo oficio, “como una nueva profesión que se va a ejercer. Esto no solo significa que se deberá dedicarle un tiempo importante de su vida inmediata, sino, además es necesario y primordial comenzar con el aprendizaje, dominar los recursos, entender y conocer las reglas”. (p. 6)

A esto mismo, Bracchi (2016), refiere que este oficio implica, entre otras cosas, un cambio que no solo se produce en términos del paso escuela media-universidad, sino en las *percepciones* y los *hábitos* que harán posible la toma de decisiones que llevarán a la continuidad de las trayectorias académicas y que, en definitiva, conforman el “oficio de estudiante universitario”.

Según esta misma autora, “hay diversidad de modos de estar y ser estudiante universitario, no hay una experiencia educativa universitaria homogénea, no hay modelos estables de cómo son los estudiantes en la Universidad actual” (Bracchi, 2016, p.11). En este sentido, abre la discusión poniendo sobre la mesa las “trayectorias educativas”, que como bien indica, difieren de las trayectorias escolares, en que las primeras permiten “considerar y reconocer todos aquellos ámbitos formativos por los cuales se van conformando las biografías y los recorridos de los estudiantes” (p.11). Es decir que la construcción del oficio no la realiza un individuo a partir de que se inscribe en una carrera universitaria, sino que también está atravesada por la biografía personal y educativa de cada sujeto (tanto individual como colectiva).

Entonces, ¿Cómo se construye este oficio? ¿cómo podemos saber si el estudiante lo aprendió? Incluso estas cuestiones nos habilitan a pensar ¿Qué herramientas podemos ofrecer desde las prácticas de enseñanza para hacerlo?

Según Bracchi (2016), el ingreso de los estudiantes a una carrera universitaria implica un cambio que no es solamente en términos institucionales o curriculares sino “se ponen en juego los esquemas de percepción, de apreciación, valoración y de acción (*habitus*) que harán posible la toma de decisiones contribuyendo a conformar el oficio de estudiante universitario” (p.5).

Estos hábitos son los que Coulon llamará *afiliación intelectual e institucional*, y son los que permiten al ingresante integrarse a la institución educativa, transitarla y permanecer en ella. Para este autor, este proceso se completa en tres etapas: El tiempo de alienación o extrañamiento (durante el cual el estudiante entra en un nuevo contexto, desconocido por él hasta ese momento, una nueva institución con formas de relacionarse y de “ser” totalmente diferentes a las vividas previamente); el tiempo de aprendizaje (en el cual cada estudiante debe adaptarse y aprender los “hábitos”, tanto institucionales como académicos), y por último, el tiempo de afiliación (en el cual el estudiante ya posee un dominio que le permite moverse en este nuevo oficio, interpretar las reglas de

funcionamiento y tomar sus propias decisiones en esta identificación como sujeto de ese contexto).

Es decir que en este proceso se produce una doble afiliación: por un lado, la relacionada a la vida “institucional” y por otro la relacionada a la vida “académica” y en este último sentido nos permitimos pensar que, de acuerdo a la carrera elegida, esta afiliación intelectual tendrá diversas aristas según las disciplinas que deba estudiar. Por ejemplo, en la escuela media hay un constructo social que deriva en que las matemáticas no se estudian, sino que se entienden (o no), casi como una conexión cósmica y mágica atribuida a la genialidad de quien aprende (por eso algunos discursos que aseguran que alguien “es” bueno (o no) en matemática, cuasi como una herencia genética). Entonces, entender cómo estudiar matemática en el nivel superior supone también romper con esta creencia (entre otras).

Es crucial que repensemos nuestras prácticas docentes en términos de preguntas como: ¿qué podemos ofrecer a nuestros estudiantes en este proceso para ayudarles en la construcción de este oficio? Y aquí no se trata solo de ofrecer técnicas de estudio, porque como dicen Villazón y de Pauw (1997), esta construcción no es “sólo un problema metodológico, sino que las formas de abordar el estudio emergen de una historia previa de aprendizajes constitutiva de la subjetividad y que como tal involucra al sujeto en su totalidad” (p. 4). Es decir, no podemos dejar de pensar en las trayectorias educativas, que, en palabras de Bracchi, refieren a la *heterogeneidad de experiencias vitales de los estudiantes* y por lo tanto son históricas, personales y sociales. “Estas trayectorias educativas hacen referencia al conjunto de todos aquellos condicionantes (experiencias, saberes, etc.) que inciden en el recorrido de los sujetos por las instituciones” (p.7).

Quiere decir entonces que los retos de aprender el “oficio” no son solo aprender física o matemática, sino que ser estudiante universitario implicará incorporar hábitos, organizar tiempos, priorizar actividades, trabajar la resiliencia, enfrentar los “fracasos” e incorporarlos como aprendizajes (tanto académicos, como de mi “ser” estudiante), entre otros.

Y aquí confluyen las prácticas de enseñanza como también las “matrices de aprendizaje” de nuestros estudiantes (Villazón, 1997). En este sentido, uno de los ejes centrales que atraviesa todo el proceso es que los estudiantes puedan “pensar y pensarse como sujetos de aprendizaje” (p. 2), lo cual implicará ponerse en el medio de la escena y mirarse en su “estar siendo” estudiante universitario.

Centrar la propuesta en torno a la revisión de las matrices de aprendizaje implica generar un espacio donde cada uno, desde su condición de ingresante a la Universidad, pueda adentrarse en sus propias experiencias de vida, en sus procesos de interacción con la realidad, en los modos en que aprendió a aprender, en los estilos de aprendizaje que construyó, buscando de esta manera problematizar lo obvio, movilizar y cuestionar la relación sujeto-mundo (Villazón y de Pauw, 1997, p.6)

¿Qué lugar ocupa la docencia universitaria en el proceso de construcción del oficio de estudiante, en la revisión de estas matrices de aprendizaje?

La propuesta realizada por Carina Enrico y otros (2019), permite revisar algunas cuestiones interesantes, ya que se observa que los estudiantes que lograron éxito académico pudieron hacer uso de estrategias cognitivas, metacognitivas y de manejo de recursos. Las estrategias cognitivas complejas, como la elaboración de resúmenes y la ponderación de información, permiten a los estudiantes procesar y comprender mejor los contenidos. Por su parte, las estrategias metacognitivas, como la identificación de temas no comprendidos y la planificación del estudio, les ayudaron a regular su propio aprendizaje. Finalmente, las estrategias de manejo de recursos, como la regulación del esfuerzo, la organización del tiempo y la búsqueda de ayuda en docentes y pares, permitieron a los estudiantes optimizar su tiempo y esfuerzo de estudio. Esta misma autora destaca la importancia del acompañamiento no sólo en el ingreso sino a lo largo de toda la carrera, mostrando que es recién luego del segundo año que los estudiantes se sienten “parte” de la institución, es decir que la alineación institucional raramente se da en plenitud durante el primer año de cursado.

Dado que el grupo con el que se trabajará son estudiantes de primer año (segundo cuatrimestre) que realizan el redictado de la asignatura Análisis Matemático I, nos parece importante tener en cuenta estas cuestiones para pensar en la internalización de estas prácticas académicas e institucionales, que evidentemente nuestros alumnos no han incorporado.

8.2 Sobre la enseñanza y el aprendizaje.

El concepto de “enseñanza”, en términos de Passmore (1983), como G. Fenstermacher (1989), incluye como rasgo central el **compromiso** de dos personas, una que posee algún conocimiento o habilidad y otra que carece de ella, en algún tipo de relación para que el primer sujeto traspase lo que sabe – sin especificar los medios – a la persona que no sabe.

Fenstermacher (1989) denomina “definiciones elaboradas”, acerca de las buenas enseñanzas (en ese caso el problema ya no reside en enseñar o no hacerlo, sino en las “buenas” maneras de llevarlo a cabo o en maneras adecuadas a nuestros valores educativos). Entonces según estos autores valdría la pena preguntar: ¿Se enseñó si no se produjo aprendizaje? Esta respuesta dependerá de la definición de enseñanza.

Según la definición genérica – que es más descriptiva que normativa – la enseñanza no se define por el éxito del intento sino por el “tipo de actividad” en la que ambos sujetos se ven comprometidos. Si una relación cumple con las propiedades ya enunciadas, puede calificarse como “enseñanza”, porque la enseñanza expresa un propósito – promover el aprendizaje – y no un logro. Ahora bien, los propósitos no siempre se concretan, por dos razones básicas: la primera es que nuestros instrumentos pueden ser buenos, pero no infalibles y la segunda, que nuestras acciones están condicionadas por factores previos y por las acciones de otras personas que están vinculadas con la relación educativa de manera directa o indirecta. (Feldman, 1998).

¿Cuál es el desafío de la docencia en la actualidad? Queremos escuelas que brinden conocimientos y comprensión a un gran número de personas con distintas capacidades e intereses y provenientes de medios culturales y familiares distintos, lo cual implica todo un desafío. Perkins (1995) indica que lo que muchas veces nos falta no es el conocimiento en sí sino el *uso del conocimiento*. Para el autor una buena pregunta debería ser ¿Qué esperamos de la educación? Según él, si no sabemos lo que queremos y no tratamos de obtenerlo con inteligencia e imaginación, es poco probable que encontremos la respuesta. Deberíamos al menor proponernos tres metas generales, estrechamente ligadas con la esencia de la educación y difíciles de refutar:

- Retención del conocimiento
- Comprensión del conocimiento
- Uso activo del conocimiento

Un concepto que engloba a todas ellas es el de *conocimiento generador*, un conocimiento que no se acumula, sino que actúa, enriqueciendo la vida de las personas y ayudándolas a comprender el mundo y a desenvolverse en él.

Tomemos por ejemplo la primera de las metas: la retención del conocimiento. El hecho de estudiar para los exámenes no significa gran cosa, a menos que los alumnos recuerden esos conocimientos cuando los necesiten en el futuro. O tomemos la segunda: la comprensión. No sirve de mucho tener conocimientos que no se entienden. No es posible

comprenderlo todo, desde luego, pero si no se comprende cuándo es el momento de usar el álgebra, por ejemplo, de poco valdrá haberla aprendido. En cuanto a la tercera meta, no reporta ningún beneficio recordar e incluso comprender lo estudiado si esos conocimientos no se aplican en situaciones más mundanas.

En consecuencia, para que nuestra labor docente tenga sentido debemos elaborar una estrategia pedagógica, teniendo en cuenta además la importancia del error.

“No podemos desconocer que los errores son la manifestación exterior de un proceso complejo en el que interactúan muchas variables: profesor, alumno, currículo, contexto sociocultural, entre otras. Aún no se ha completado un desarrollo teórico sistemático que permita clasificar, interpretar, predecir y superar errores y dificultades en busca de un aprendizaje de calidad” (Engler y otros, 2004).

En las clases tradicionales no siempre existe ese “espacio” en el que puedan ponerse de manifiesto los errores de los estudiantes, principalmente cuando el alumno toma un rol más pasivo, con una participación acotada. Sin embargo, existen otras posibilidades de trabajo, como por ejemplo el “aula-taller”.

8.2.1 El Aula - Taller

El Taller, es “una experiencia de **trabajo activo**. La participación de cada uno/a de los y las integrantes aportando sus experiencias, argumentos y compromiso es fundamental para el éxito” (Quezada y otros, 2002).

El taller es una situación de aprendizaje en la que se privilegia:

- El trabajo **activo** de los participantes: se aprende haciendo. No es posible pensar en la participación de un taller tomando un rol pasivo.
- El uso de la creatividad: las experiencias y la reflexión, ayudan a generar nuevos puntos de vista y mejores soluciones.
- El trabajo colectivo: permite intercambios que van desde el hablar y escuchar, al argumentar y contra argumentar, defender posiciones y también lograr el consenso.
- El trabajo concreto, sistemático y puntual: que permite la construcción colectiva de aprendizajes, y la reflexión sistemáticamente sobre los conocimientos producidos, ya que se estimula la reflexión y búsqueda de alternativas de soluciones de las problemáticas que afectan la calidad de vida individual o colectiva

Plantear las clases utilizando este formato posibilita la construcción de aprendizajes basándonos en la oportunidad y capacidad que tienen los estudiantes de reflexionar en grupo sobre sus propias experiencias. A su vez, permite visualizar aquellos contenidos que los estudiantes no comprendieron o lo hicieron en forma errónea.

En definitiva, las actividades deben permitir un proceso personal de interiorización y también un proceso social de **andamiaje** (este proceso resume a la idea de que un adulto significativo (o un par, como un compañero de clases) medie entre la tarea y el alumno). Tomando como punto de partida a Vygotsky (1996), quien refiere que el conocimiento se construye socialmente, es necesario que los programas de estudios estén diseñados de una manera que incluya en forma sistemática la interacción social, ya que el entorno o contexto sociocultural adquiere gran influencia en el desarrollo cognoscitivo del sujeto, desde que nace y durante toda su vida, es por eso que una mayor interrelación social permitirá un mayor perfeccionamiento de procesos mentales.

Por último, dadas las dificultades que se siguen presentando en nuestras aulas de matemática, es claro que en las clases no es suficiente “mostrar” a los alumnos resoluciones matemáticas, o brindar una clase magistral; sino que es la reflexión sobre la propia experiencia de cada cual la que conduce a la construcción y apropiación de los saberes. Por eso es necesario determinar claramente cuáles son los objetivos de cada actividad, qué operaciones intelectuales deben realizar los alumnos, y delimitar los aspectos o puntos de vista con que deberá encarar el tratamiento del contenido. Esto requiere por parte del docente poner en juego la creatividad no sólo para el trabajo en clase, sino también en la elaboración del material didáctico con el que trabajarán los estudiantes, de modo que las actividades propuestas sean claras, variadas, y permitan lograr una evolución positiva con respecto a sus estructuras mentales, teniendo en cuenta sus conocimientos previos.

Como enuncia Ausubel (1983), debemos averiguarlo que el alumno sabe y enseñar consecuentemente. Esto implicará identificar conceptos inclusivos pertinentes que existen en la estructura cognitiva del alumno. Por otro lado, además de identificar estos conceptos debemos averiguar hasta qué punto se encuentran diferenciados, lo cual no es una tarea fácil. Para enseñar consecuentemente debemos tener en cuenta que existen dos tipos de aprendizaje: el aprendizaje significativo y el memorístico. El primero es un proceso en el que la información nueva se pone en relación con conceptos previos (conceptos inclusores) y en el memorístico la nueva información se adquiere sin relación específica con los conceptos existentes en la estructura cognitiva. “Únicamente los

aprendizajes significativos consiguen promover el desarrollo personal de los alumnos, se valoran las propuestas didácticas y las actividades de aprendizaje en función de su mayor o menor potencialidad para promover aprendizajes significativos”. (Coll, 1988, p.132).

Ahora bien, es difícil que los estudiantes puedan construir aprendizajes significativos si la propuesta de enseñanza no acompaña, es decir si el contenido de aprendizaje es vago, está poco estructurado o es arbitrario; en palabras de Coll si “no es potencialmente significativo desde el punto de vista lógico” (p.136). Por un lado, dependerá de la motivación del alumno para aprender, pero también de la habilidad del docente para despertar y aumentar esta motivación.

Por todo esto, creemos que en el nivel superior deberíamos promover *espacios y momentos en que, explícitamente, los alumnos tengan que utilizar casi sin ayuda o con un nivel de ayuda significativamente bajo lo que han aprendido, y ello como parte del proceso de enseñanza y aprendizaje y no simplemente en el momento de la evaluación.* (Onrubia,1993).

Aquí cobra relevancia la toma de decisiones sobre las estrategias metodológicas, que no necesariamente serán puestas en escena durante todo el año, o con todas las unidades. Es importante poder utilizar metodologías diversas, múltiples formas de entrada, de problematización o resolución de las consignas. En este sentido pensamos en el desarrollo de secuencias didácticas como organizadoras de la enseñanza.

8.2.2 Secuencias didácticas

Entendemos una secuencia didáctica como:

“Una serie de actividades de aprendizaje que tengan un orden interno entre sí, (...) recuperando aquellas nociones previas que tienen los estudiantes sobre un hecho, vinculándolo a situaciones problemáticas y de contextos reales con el fin de que la información que a la que va acceder el estudiante en el desarrollo de la secuencia sea significativa, esto es tenga sentido y pueda abrir un proceso de aprendizaje” (Díaz Barriga, 2013).

Se trata de una serie de actividades que permitan que el estudiante revise sus nociones previas, realice cambios y conversiones entre registros y alcance, en este ir y venir, un aprendizaje significativo. La secuencia no propone que el estudiante haga ejercicios rutinarios o monótonos, sino que realice *acciones que vinculen sus conocimientos y experiencias previas, con algún interrogante que provenga de lo real y con información sobre un objeto de conocimiento* (Díaz Barriga, 2013).

La línea de secuencias didácticas está integrada por tres tipos de actividades: apertura, desarrollo y cierre.

En las actividades de apertura se busca generar expectativa, recuperar conceptos previos o disparar inquietudes, lo que Díaz Barriga llamará “abrir el clima de aprendizaje” (p.6). Estas actividades pueden ser desarrolladas en clase o vincularse con alguna actividad previa como realizar una lectura, ver un video, realizar alguna entrevista, etc. Sin embargo, debe existir un momento de trabajo con esas actividades ya sea individual o grupalmente en alguna sesión de clase. Independientemente de cómo se desarrolle, la condición para ser considerada actividad de inicio o apertura debe ser que el estudiante se movilice hacia el aprendizaje.

Las actividades de desarrollo tienen como objetivo que el estudiante interactúe con una información nueva. Por esto mismo, las actividades deberán promover actividades como experimentación, resolución, análisis, comprensión y reflexión. Aquí serán cruciales dos momentos: por un lado, el trabajo intelectual con la nueva información, y por el otro el uso de esa información en la resolución de nuevos problemas.

Por último, las actividades de cierre son aquellas que permiten realizar una síntesis del proceso y del aprendizaje desarrollado. Como dice Coronado (2022), “permiten la recapitulación e integración de los conceptos como también la evaluación (auto o heteroevaluación) o retroalimentación” (p.103).

En la conformación de esta propuesta de actividades subyace simultáneamente una perspectiva de evaluación formativa, como de evaluación sumativa, la que ofrece evidencias de aprendizaje, en el mismo camino de aprender.

En consonancia con esto, Coronado (2022) nos indica que “es conveniente que en una Secuencia Didáctica se pongan en juego diversas habilidades, ya que la reiteración de actividades que las convocan no favorece la flexibilidad mental”. Dichos procesos pueden estar presentes en cualquiera de las fases con las que planificamos una SD” (p.102)

8.2.3 Aprendizaje significativo en matemática

Una de las principales dificultades que se presentan a la hora de enseñar matemática en el nivel superior, está relacionada con encontrar cuáles son las metodologías adecuadas que permitan el desarrollo de ciertas competencias académicas en los estudiantes, de modo que estos aprendizajes no se lleven a cabo a través de la mecanización de los procesos o la memorización (que poco aportan al desarrollo de los aprendizajes significativos). Con esto no decimos que no hay que memorizar, pero esta actividad no

puede ocupar el lugar central en los aprendizajes matemáticos. Como dijimos al principio, lo que buscamos es que los estudiantes puedan hacer *un uso flexible* del conocimiento, y esto lo creemos posible solamente si existe un aprendizaje significativo como lo enuncia Ausubel.

Ahora bien, ¿cómo logramos eso en contenidos complejos y abstractos? Estamos convencidos de que no hay una única manera, sino que debemos desplegar multiplicidad de recursos y estrategias a favor del estudiantado.

De acuerdo con Duval (2006), la actividad cognitiva del quehacer matemático tiene dos características fundamentales: por un lado, ya que no es posible acceder a los objetos matemáticos a través de la percepción sensorial, son necesarias las representaciones semióticas, que son el medio por el cual un individuo exterioriza sus representaciones mentales, es decir, puede hacerlas visibles o accesibles a los otros. En matemáticas, las representaciones semióticas son indispensables (por ejemplo, los símbolos para las ecuaciones, desigualdades o los números mismos). Por otro lado, la noción de representación semiótica supone la consideración de sistemas semióticos diferentes y una operación cognitiva de conversión de las representaciones de un sistema semiótico a otro. Entonces ¿qué se requiere para considerar un sistema como un registro de representación semiótico? Que dicho sistema permita tres fundamentales actividades cognitivas:

- **Formación** (dada en un registro semiótico para "expresar" una representación mental o bien para "evocar" un objeto real),
- **Tratamiento** (cuando la transformación produce otra representación en el mismo registro), y
- **Conversión** (cuando la transformación produce una representación en un registro distinto al de la representación inicial).

A continuación, mostramos dos ejemplos:

Ejemplo 1:

- 1) La presencia de una representación en un registro dado (formación).

Esteban tiene 12 años más que su hijo y 15 años menos que su padre.

La suma de las edades de los tres es igual a 108 años \rightarrow *Registro Verbal*

- 2) La transformación de una representación en otra representación de otro registro en la que se conserva la totalidad o parte del significado de la representación inicial

$x + (x + 12) + (x + 15) = 120$ \rightarrow *Registro Algebraico (Conversión)*

3) La transformación de la representación dentro del mismo registro:

$$3x+3=108$$

→ *Tratamiento*

Ejemplo 2:

Hallar la solución del siguiente sistema de ecuaciones: (formación)

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 8 \\ 2x_2 + x_3 = 6 \\ 3x_3 = 9 \end{cases}$$

→ *Registro Algebraico (Formación)*

Solución:

De la última ecuación:

$$x_3 = \frac{9}{3} = 3$$

Reemplazo en la segunda ecuación:

$$2x_2 + 3 = 6 \Leftrightarrow 2x_2 = 3 \Leftrightarrow x_2 = 1.5$$

→ *Tratamiento*

Reemplazo en la primera ecuación:

$$x_1 + 1.5 + 3 = 8 \Leftrightarrow x_1 = 3.5$$

Luego, la solución es $(x_1, x_2, x_3) = (3.5, 1.5, 3)$

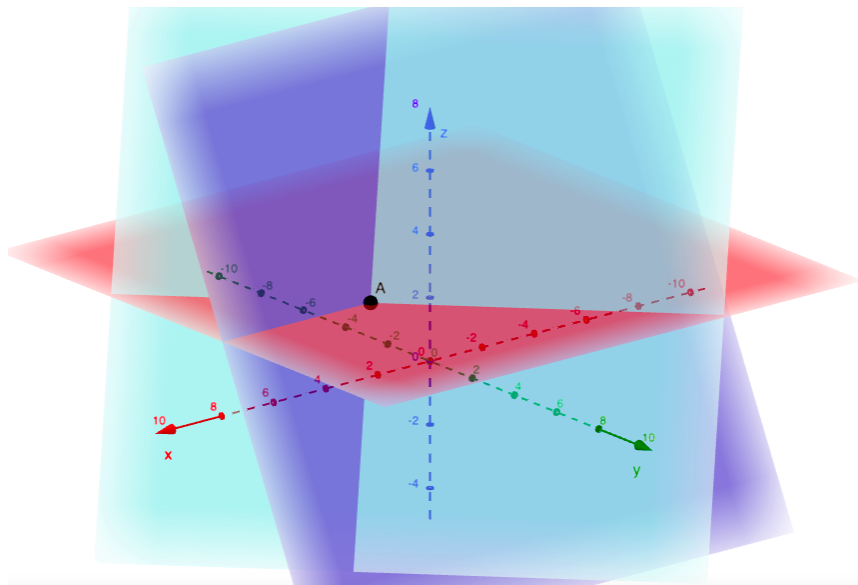


Figura 3 -Intersección de planos → Registro Gráfico (Conversión)

Para la comprensión de un concepto es necesaria la coordinación de los diferentes registros de representación, ya que con la representación en un solo registro (monoregistro) no se obtiene la comprensión integral del concepto. Sin embargo, la conversión entre registros no se realiza en forma espontánea, a menos que se trate de representaciones

congruentes entre el registro de partida y el de llegada. En esta teoría se considera que la *comprensión integral de un concepto* está basada en la coordinación de al menos dos registros de representación y esta coordinación se pone de manifiesto por medio del uso rápido y la espontaneidad de la conversión cognitiva, logrando articulaciones entre diferentes registros de representación semiótica. Algunos ejemplos de estos registros pueden ser, como vimos previamente: el lenguaje natural, las escrituras algebraicas o los gráficos cartesianos (*Véase Figura 3, conversión al registro gráfico*)

Al resolver una tarea matemática y utilizar un registro y posteriormente otro, algún tipo de coordinación habrá de darse entre ambos. Según Duval (2016), muchas de las dificultades en el aprendizaje de las matemáticas se originan en el desconocimiento que tienen los profesores sobre los fenómenos relativos a estas cuestiones. Así mismo, es fundamental que el objeto *no* sea confundido con sus representaciones y que se lo reconozca en cada una de sus posibles representaciones. Por todo esto, como docentes debemos pensar en cómo organizar las actividades de la clase de modo tal que nos permitan guiar al estudiante hacia la comprensión, siendo esta tarea uno de los grandes inconvenientes con los que nos encontramos en nuestro quehacer diario.

El trabajar en el tratamiento y la conversión de registros de representación semióticos llevará al estudiante también a comprender el lenguaje propio de la disciplina, lo que a su vez permitirá la afiliación intelectual de la que nos habla Coulon (1995).

9. Proyecto Áulico: “La construcción del oficio de ser estudiante universitario a través de la matemática: un modelo de engranajes”

9.1. Fundamentación de la propuesta:

Se propone una innovación en las prácticas de enseñanza de primer año de las carreras de ciencias económicas de la UNSL, para trabajar en un curso de redictado de la asignatura Análisis matemático I. Por medio de la misma, se busca fomentar la regularidad en el estudio, la autonomía en el aprendizaje y la adopción de estrategias que permitan construir progresivamente el oficio de estudiantes universitarios.



Figura 4. Imagen generada por OpenAI (2025)

Entendiendo que el proceso educativo no es lineal podemos pensarlo como una gran espiral formada por una multitud de engranajes interconectados entre sí, que simbolizan lo complejo y dinámico del mismo (*Véase Fig. 4*). Cada engranaje representa un elemento fundamental dentro de este sistema: docentes, estudiantes, metodologías, herramientas tecnológicas, espacios y estilos de aprendizaje, entre muchos otros. La interdependencia de estas piezas refleja la naturaleza multifactorial de la enseñanza y el aprendizaje, donde cada componente influye en los demás, promoviendo así el movimiento y la evolución del conocimiento.

En esta idea, mi enfoque se centrará en tres engranajes específicos que considero clave para la innovación planteada (*Véase Fig. 5*):

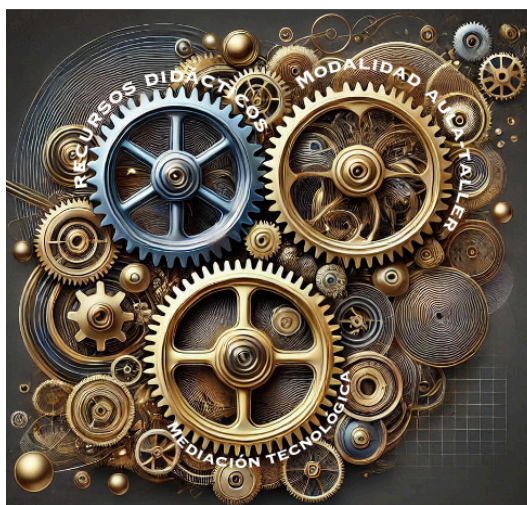


Figura 5. Imagen generada por OpenAI (2025)

9.1 Una nueva modalidad de clase

Presentando estrategias didácticas que potencien la participación activa del estudiante, promoviendo un aprendizaje significativo y colaborativo, se propone en esta oportunidad el trabajo en un aula-taller.

Por otro lado, para la organización individual (y del curso), se presentará un cronograma con días, temas a desarrollar y actividades propuestas de cada día, junto a fechas estimadas de parciales (con el fin de ayudar a nuestros estudiantes a organizarse con los tiempos de estudio a lo largo del cuatrimestre).

9.2 Mediación tecnológica

Incorporando herramientas digitales y tecnológicas en las propuestas de enseñanza, que faciliten la interacción, el acceso a contenidos y la personalización del aprendizaje, se trabajará en el entorno virtual de la Plataforma Moodle y con recursos de libre acceso como lo es el software GeoGebra, y las plataformas Mentimeter y Padlet.

9.3 Elaboración de nuevos recursos didácticos

Diseñando materiales que respondan a las necesidades de los estudiantes, se pueden integrar distintos recursos y metodologías que favorezcan el aprendizaje significativo.

Los recursos a realizar serán:

9.3.1 Hoja de ruta – Unidad N° 5 “Aplicaciones de la derivada”

La hoja de ruta (o guía didáctica), es un recurso valioso para estudiantes y docentes. Integra el material tradicional de la asignatura (guía de teoría y práctica), junto a recursos digitales elegidos por el docente, guiando al estudiante hacia los objetivos de aprendizaje. Su redacción se enriquece con el uso de la narrativa como herramienta. Esta guía constituye un material didáctico interesante, y su particularidad radica en la posibilidad de transferir la experiencia del docente al estudiante, presentándole de manera estructurada el recorrido a través de los contenidos y sus relaciones.

El rol del docente en un entorno de aprendizaje no sincrónico es fundamentalmente el de guía. A través de su orientación, se promueve la reflexión crítica y el desarrollo de un aprendizaje autónomo en los estudiantes. La hoja de ruta realizada pretende ofrecer un aprendizaje personalizado a través de ejemplos prácticos aplicados a las ciencias económicas, y videos con diferentes niveles de dificultad (los videos son elegidos de la web por la docente, de modo que el lenguaje matemático, los ejemplos y las actividades sean similares a las trabajadas en las clases). Los estudiantes pueden elegir los recursos que mejor se adapten a sus necesidades y ritmo de aprendizaje. (*Anexo I*)

9.3.2 Secuencia didáctica “Interpretación Geométrica de la Derivada”

La unidad sobre la cual se trabajará es la Unidad N° 5 “Aplicaciones de la derivada”. Muchas veces definimos la derivada de una función en un punto como “la pendiente de la recta tangente en dicho punto”, considerando que la idea de tangente carece de todo conflicto didáctico, y dando por sentado que el alumno interpreta fácilmente que la tangente es el “límite de las pendientes de las rectas secantes próximas al punto” (Stewart, J.,1999, p. 97). Es frecuente como docentes tomar una postura ingenua en cuanto al concepto de tangente de la función en el punto considerado, al dar por sabida la noción en los estudiantes. Sin embargo, la noción de tangente es problemática en sí misma, ya que la influencia de las concepciones previas de los alumnos, asociadas a la tangente a un círculo en un punto pueden crear dificultades conceptuales.

Por esto, se propone el trabajo con una secuencia didáctica en la que se abordará la interpretación geométrica de la derivada (desde el punto de vista matemático) y su aplicación a problemas reales de las ciencias económicas. La misma incluye una variedad de actividades diseñadas para promover el aprendizaje significativo, ya que se utilizan recursos tradicionales (como el lápiz y papel) y digitales, incluyendo actividades con GeoGebra.

Con la secuencia propuesta, se espera facilitar la comprensión de los conceptos y conectar los conocimientos previos con situaciones reales. Esto mismo permitirá tener una comprensión más profunda de los objetos matemáticos en cuestión (en este caso, de la derivada de una función en un punto). (*Anexo 2*)

9.3.3 Video “Interpretación geométrica de la derivada: visualización dinámica”

Desde hace siglos, el desarrollo del conocimiento matemático ha sido posible gracias a los aportes sucesivos de grandes mentes que ampliaron el horizonte del pensamiento. Newton expresó esta idea con una metáfora poderosa: “*Si he visto más lejos es porque estoy subido a los hombros de gigantes*”. En la enseñanza de la matemática, contar con herramientas que nos permitan visualizar, experimentar y conectar conceptos es esencial para ayudar a los estudiantes a “ver más lejos”. En este sentido, como dijimos anteriormente, GeoGebra se presenta como un verdadero gigante que potencia la enseñanza y el aprendizaje.

En esta oportunidad, se hará uso de un recurso elaborado por otro miembro de la comunidad GeoGebra, aprovechando el conocimiento colectivo que se ha construido en torno a esta herramienta. Este enfoque no solo optimiza el tiempo de la

planificación docente, sino que también refuerza la idea de que la enseñanza y el aprendizaje son procesos colaborativos.

Muchas veces es complejo que los estudiantes puedan comprender la interpretación geométrica de la derivada, ya que se utilizan recursos estáticos (el pizarrón, los cuadernos), o algún otro recurso en el que los estudiantes deben “imaginar” cómo la recta secante se transforma en la tangente al hacer que el incremento $\Delta_x \rightarrow 0$. Utilizando GeoGebra, realizaremos un video en el cual se visualice la interpretación geométrica de la derivada en forma dinámica, trabajando con deslizadores y cálculos inmediatos en el programa. Además, para la realización del video usaremos otras herramientas tecnológicas como Power point, y el programa Screencast-O-Matic v2.0 (en su versión gratuita).

Como docentes, tenemos la oportunidad de permitir que nuestros estudiantes se "suban a los hombros de un gigante", para que puedan ver con mayor claridad, experimentar con mayor profundidad y comprender significativamente los conceptos matemáticos. Y al hacerlo, también nos apoyamos en la comunidad de GeoGebra, una red a nivel mundial que nos brinda nuevas formas de enseñar y aprender (*Anexo 3*).

9.3.4 Elaboración de “llaves”

Se desarrollarán breves evaluaciones de opción múltiple (preguntas teóricas, ejercicios cortos relacionados con los temas abordados en cada clase y preguntas de reflexión de los propios aprendizajes), los cuales llamaremos “llaves”; entendiendo que por medio de las mismas pueden acceder a distintas puertas relacionadas tanto al aprendizaje de contenidos matemáticos o de su ser estudiante. Esto nos permitirá registrar los avances de los estudiantes en ese proceso como también las dificultades que se les van presentando (lo que implicará de parte del docente una revisión no sólo de cada contenido sino también de la forma de enseñarlos). Las mismas se alojarán en la plataforma Moodle, en el aula virtual creada para tal fin.

El trabajo en estos tres engranajes que entendemos se articulan y complementan entre sí busca una mejora en la enseñanza, asegurando una formación más integral, dinámica y contextualizada para el aprendizaje de los estudiantes, tanto matemáticos como de su ser universitario.

10 Recursos necesarios y condiciones de Factibilidad

Los recursos disponibles para realizar la propuesta son: el acceso total a la población (es decir, al total de estudiantes que están en el curso de redictado), la posibilidad de poner en marcha el proyecto (dado que soy profesora responsable de la asignatura, cuento con un equipo docente con quienes compartimos tareas de investigación referidas al tema, y venimos trabajando hace años en propuestas pedagógicas relacionadas a la mejora de la enseñanza de la matemática), el tiempo para hacerlo y los recursos materiales (aulas físicas y aulas virtuales), por lo que se considera viable la realización de la misma.

11 Evaluación

Sin duda otro de los grandes aprendizajes que dejó la pandemia está relacionado a la evaluación, ya que aceleró la necesidad de repensar las herramientas de evaluación en el ámbito educativo, y en particular en la asignatura Análisis Matemático I, en la que, hasta ese momento, solo se evaluaba en forma sumativa mediante los clásicos parciales escritos. Innovar en las prácticas evaluativas requiere tener una mirada integral que combine aspectos pedagógicos y tecnológicos, para diseñar propuestas que respondan a las necesidades del contexto educativo actual.

Considerar la evaluación como parte del proceso educativo, implica una concepción de la enseñanza como constante revisión de lo que sucede, y una postura crítica por parte del docente. Concebimos la evaluación como parte de la enseñanza y del aprendizaje y creemos que puede permitirle a cada estudiante volver sobre lo hecho, repensar, focalizar aquellos aspectos que debe profundizar e incorporar nuevas perspectivas; pero así mismo, al docente, esta reflexión sobre quién evalúa y cuáles son sus propósitos, le permite poder mejorar su práctica diaria.

La implementación de herramientas digitales en los procesos evaluativos se ha revolucionado desde el 2020 hasta nuestros días. La evaluación formativa, en particular, se beneficia enormemente de estas tecnologías, ya que permiten ofrecer una retroalimentación más rápida y personalizada. Al automatizar la corrección de actividades, los docentes pueden dedicar más tiempo a brindar apoyo individualizado a sus estudiantes.

Por otro lado, el entorno virtual elegido (Plataforma Moodle), permite crear bancos de preguntas y actividades que pueden ser adaptadas a diferentes contextos e incluso

reutilizadas, lo que representa una gran ventaja. Sin embargo, también es cierto que estas actividades requieren un considerable tiempo de elaboración inicial.

Esta idea de evaluación se piensa en un trabajo continuado a lo largo de todo el programa (lo que aquí no se desarrollará). En particular, en este proyecto focalizaremos las preguntas y actividades solamente en la Unidad 5 del programa.

Llaves para el aprendizaje.

Las evaluaciones continuas que proponemos son una herramienta para el aprendizaje. Las llamamos “llaves” porque cada una de ellas tiene el poder de abrir puertas hacia nuevos conocimientos, tanto matemáticos como del ser estudiante. Cada pregunta, cada actividad, es una oportunidad para descubrir algo nuevo, reforzar lo aprendido y avanzar en el aprendizaje. Estas “llaves” no solo evalúan contenidos, sino que también se piensan como herramientas para guiar y motivar a los estudiantes a revisar sus propios aprendizajes.

En relación a los propósitos de la evaluación, retomaremos las ideas de Galindo (2022), para definir los recursos que utilizaremos.

En relación a la evaluación **del aprendizaje**: puesto que el propósito es medir los resultados finales, la propuesta aquí plasmada considera continuar con la evaluación sumativa que se realiza a través de los parciales escritos y presenciales de la asignatura.

Respecto de la evaluación **para el aprendizaje**: su finalidad es mejorarlo a través de la retroalimentación, por lo que consideramos muy importante el uso del Banco de Preguntas de la plataforma Moodle.

En el mismo, se realizarán preguntas del tipo:

- Opción múltiple
- Verdadero o Falso
- Respuesta numérica

Estas tres opciones, que pretenden ser de fácil resolución, permiten evaluar en el día a día los avances de los estudiantes, entendiendo que no se trata sólo de marcar la opción correcta sino reflexionar luego sobre estas elecciones. En este sentido, debe haber un gran trabajo docente para pensar en los errores más comunes cometidos por los estudiantes y los obstáculos que operan detrás de cada error (que deben ser tenidos en cuenta a la hora de elaborar las consignas y sus opciones).

Por último, en relación a la Evaluación **como aprendizaje**: dado que el propósito es que los estudiantes evalúen sus procesos individuales a través de la reflexión, se pueden considerar varios recursos:

1. Cuestionarios del entorno virtual Moodle, utilizando:

- Preguntas abiertas: cuyo objetivo es que el estudiante desarrolle una respuesta que esperamos se transforme casi en un diálogo interno (Por ejemplo, se puede consultar cuáles fueron los temas que más costaron, cuáles considera que son las razones, etc.)
- Preguntas de opción múltiple: en los que los estudiantes pueden marcar la opción que se adecúe más a su realidad (Por ejemplo, se puede preguntar desde cantidad de horas destinadas al estudio esa semana, cuáles fueron los recursos que más le sirvieron para el aprendizaje en una unidad (en orden de prioridad), los contenidos previos que considera necesarios para abordar nuevos contenidos, etc.).

También, utilizando este tipo de preguntas se propone evaluar si los estudiantes logran la comprensión de los contenidos, si es posible que visualicen y comprendan los cambios de registros (siempre teniendo en cuenta para las respuestas los errores más frecuentes), etc.

2. GeoGebra.

Geogebra es un software libre e interactivo que integra geometría, álgebra, cálculo y estadística en un mismo entorno dinámico. Su potencial en el aula de matemática es enorme, ya que permite:

- Visualización y exploración: Los estudiantes pueden interactuar con construcciones geométricas de manera dinámica, favoreciendo la comprensión conceptual.
- Experimentación y descubrimiento: Mediante la manipulación de objetos matemáticos, los alumnos pueden formular conjeturas, validar propiedades y desarrollar un pensamiento más autónomo.
- Conexión entre representaciones: GeoGebra unifica el lenguaje geométrico y algebraico en un mismo entorno, fortaleciendo la comprensión de las relaciones entre ecuaciones y gráficos, y permitiendo la conversión y el cambio de registros de representación.
- Aprendizaje activo: Los estudiantes son protagonistas de su propio proceso de construcción del conocimiento matemático, a través del uso y manipulación del recurso.
- Colaboración y comunidad: Uno de los mayores valores de GeoGebra es su comunidad de usuarios que comparten recursos educativos de manera abierta.

3. Mentimeter (www.mentimeter.com)

Mentimeter es una herramienta versátil que ofrece una amplia gama de recursos para crear presentaciones dinámicas. Desde nubes de palabras hasta cuestionarios interactivos. En el siguiente gráfico se muestran las distintas opciones que ofrece:

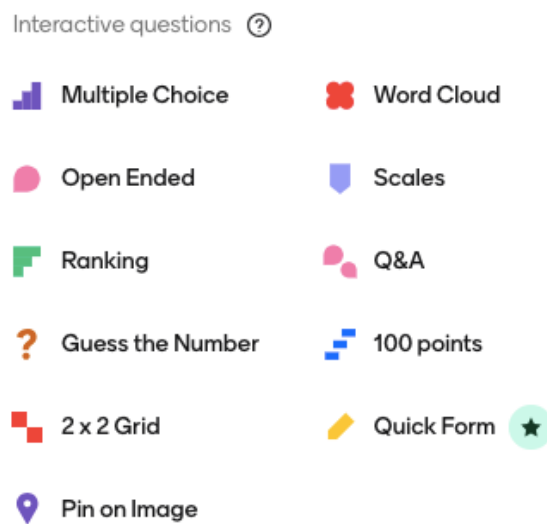


Figura 6. Herramientas disponibles en www.mentimeter.com

Dentro de las opciones, se propone el uso de “Word cloud” (Nube de palabras) y Scale (Escala). Ambas son muy sencillas de utilizar. Para hacerlo, los participantes solo necesitan un código de acceso generado automáticamente (y brindado por el docente). En el caso de la nube de palabras, este sitio permite crearla a partir de las respuestas de los participantes, visualizando las ideas más frecuentes (es decir, aquellas palabras que más se repiten aparecerán más grandes que el resto). Otra ventaja es que, a medida que los estudiantes van formulando sus respuestas, se va generando automáticamente la nube, lo que hace que sea un recurso muy atractivo. Se muestra un ejemplo en la Figura 7.



Figura 7. Nube de palabras del grupo de redictado 2024.

Por otro lado, el uso de una escala puede ser un buen termómetro para que los estudiantes realicen una autoevaluación (ya sea de su desempeño estudiantil como de su comprensión de los contenidos). En este caso, es posible incluir varias opciones para que ellos mismos puedan juzgar sus logros y actitudes respecto a una tarea determinada o a lo largo del estudio de cierto contenido. Esto es interesante ya que en general, hemos observado a través de la experiencia, que a los estudiantes les cuesta poner en palabras cómo ha sido su propio desempeño, o medir en qué grado han llegado al logro de un objetivo determinado (mea culpa, tampoco hemos trabajado mucho en la construcción de estas reflexiones).

Los extremos de la escala también pueden ser elegidos por quien la propone: Bajo-Alto; Mucho-poco, Totalmente en desacuerdo-Totalmente en acuerdo, etc. Esto permite una gama amplia de opciones. Además, visualizar las respuestas permite generar nuevas ideas y perspectivas, enriqueciendo también el aprendizaje colectivo.

Por ejemplo, podríamos preguntar al estudiantado: ¿Cómo evaluarías tu desempeño durante esta semana? Y colocar en las opciones aquellos puntos en los que consideramos podrían autoevaluarse:

- 1- Participación en clases
- 2- Resolución de actividades
- 3- Tiempo dedicado al estudio fuera de las horas de clases
- 4- Comprensión de los contenidos

En este caso sería posible reflexionar acerca de cómo la ponderación de los ítems 1), 2) y 3) están relacionados con la comprensión. De esta forma también se puede tomar conciencia de la responsabilidad que tienen los estudiantes sobre sus propios procesos de aprendizaje y sobre las tareas que les corresponden, y seguir indagando acerca de las respuestas obtenidas.

En este ejemplo se podría problematizar ¿cómo puedo tener una comprensión “alta” si no participé en clases, dediqué tiempo al estudio fuera de clases o a realicé las distintas actividades? Otra cosa interesante del recurso es que, más allá de que muestre una medida “promedio”, se detalla en colores la distribución de la muestra, y esto también nos brinda información, ya que tal vez dos respuestas con la misma medida pueden tener distintas distribuciones. Se muestra este ejemplo en la Figura 8.

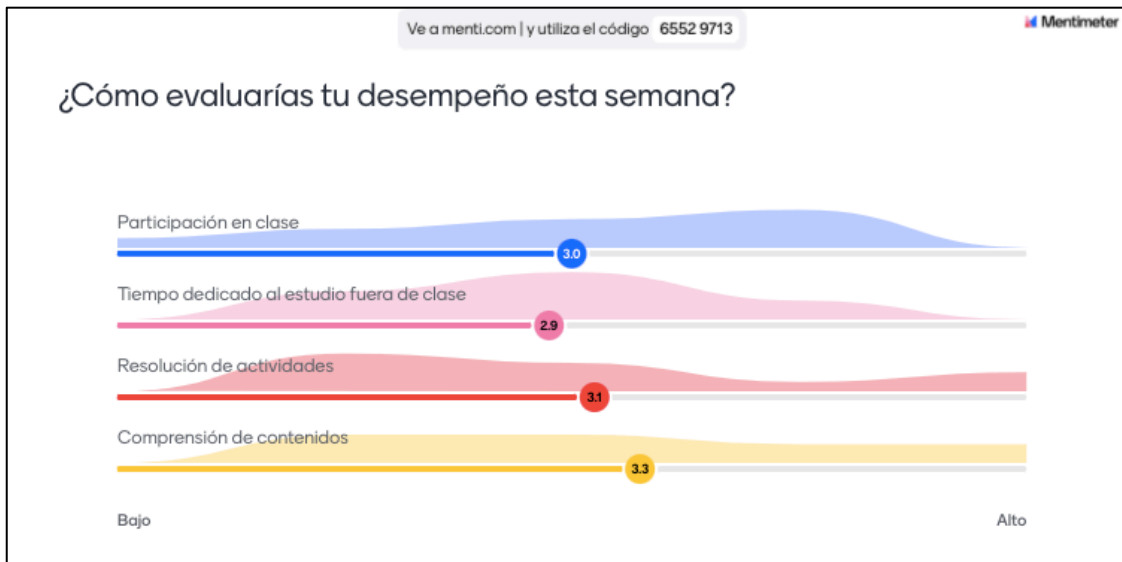


Figura 8. Muestra de respuestas utilizando la herramienta “Escala”

4. Padlet (www.padlet.com)

Padlet ofrece también un espacio virtual flexible y colaborativo para el aprendizaje. Esta herramienta permite crear muros temáticos donde los estudiantes pueden compartir sus ideas y reflexiones de manera visual y organizada. Además, esto se puede hacer en forma totalmente anónima o no.

Su naturaleza colaborativa estimula la reflexión crítica y el intercambio de ideas. Al permitir que los estudiantes compartan sus opiniones y perspectivas, Padlet crea un espacio dinámico y enriquecedor para el aprendizaje. Se muestra ejemplo en la Figura 9.

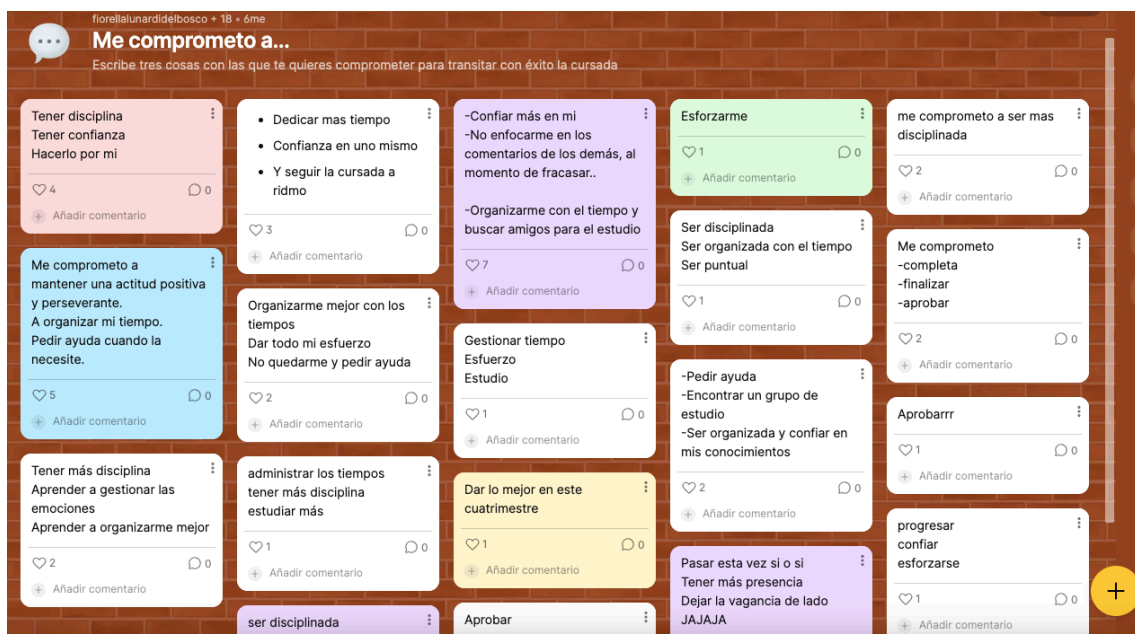


Figura 9. Padlet realizado por estudiantes de grupo de redictado 2024

A través de estos recursos, los estudiantes pueden evaluar su propio proceso de aprendizaje, reflexionar sobre sus estrategias y sus aprendizajes tanto matemáticos como de su ser estudiante universitario.

Por otro lado, como docentes también podemos recibir una retroalimentación acerca del uso del material didáctico elaborado a la hora de estudiar y la significación que otorgan al proceso de evaluación continua que se propone.

Esta información nos permitirá tomar decisiones a partir de estas valoraciones, junto a los resultados de las llaves (aquí se podrán en tal caso, buscar nuevas estrategias, pensar otros métodos, etc.).

Entendemos con todo esto que la evaluación no es un fin en sí misma, sino que es un proceso continuo que nos proporciona algunos indicios que permiten repensar y transformar la realidad (Perassi, 2008).

12 Reflexiones Finales

Esta propuesta representa una innovación que permitirá que los estudiantes puedan lograr aprendizajes significativos, teniendo en cuenta los tiempos individuales en la apropiación y construcción de los conocimientos y las ventajas del trabajo colaborativo. Por esto, concebir el proceso educativo como una espiral en constante evolución, enfatiza la interconexión entre los distintos elementos que conforman la enseñanza y el aprendizaje. Al integrar diferentes elementos como el aula-taller, las herramientas tecnológicas y la evaluación formativa, se busca crear un entorno de aprendizaje más dinámico y flexible, centrado en el estudiante.

A largo plazo, se espera que esta propuesta tenga un impacto positivo en los estudiantes de ciencias económicas de la UNSL, contribuyendo a reducir la deserción estudiantil y a mejorar el rendimiento académico en la asignatura de Análisis Matemático I, mientras siguen construyendo el oficio de ser estudiantes universitarios. En este sentido, esperamos que comprendan que los procesos educativos no son lineales y mucho menos únicos, y es a través de la reflexión de los mismos que se puede crecer y avanzar en el logro de metas planteadas.

Los recursos tecnológicos utilizados (particularmente Mentimeter y Padlet) nos parecen súper atractivos para realizar una retroalimentación acerca de la reflexión sobre el ser estudiante universitario, que puede llevarse adelante durante la clase, y donde los mismos pueden expresar sus ideas libremente. Esto permite trabajar en una reflexión colectiva, e

incluso propiciar una retroalimentación acerca de las formas de verse, pensarse y “oficiar” como un estudiante universitario.

Puesto que los contenidos y la forma de abordarlos permiten esta reflexión constante, estamos convencidos de que esta propuesta representa una oportunidad para transformar la enseñanza de la matemática, y, por extensión, a otras asignaturas de las carreras Contador Público Nacional y Licenciatura en Administración, contribuyendo a formar profesionales más competentes y preparados para enfrentar los desafíos del mundo actual. Se espera que los resultados de la misma contribuyan a la generación de nuevas ideas para la mejora continua de los procesos de enseñanza y aprendizaje en el nivel superior.

13 Referencias

Alfalla-Luque, R., Medina-López, C., & Arenas-Márquez, F. J. (2011). Mejorando la formación en Dirección de Operaciones: la visión del estudiante y su respuesta ante diferentes metodologías docentes. *Cuadernos de Economía y Dirección de la Empresa*, 14 (1), 40-52.

Ausubel, D. P., Novak, J. D., & Hanesian, H. (1976). *Psicología educativa: Un punto de vista cognoscitivo* (2a ed.). Trillas.

Baquero, R. (1996). *Vygotsky y el aprendizaje escolar* (4). Aique.

Barrera, J. (2002). La construcción de la derivada a través de la noción de variación en estudiantes de nivel superior. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*. 15 (1), 67 - 72.

Bracchi, C. (2016). Descifrando el oficio de ser estudiantes universitarios: entre la desigualdad, la fragmentación y las trayectorias educativas diversificadas. *Trayectorias universitarias*, 2 (3), 3 - 14.

Carina Enrico, R. (2019). La construcción del oficio de estudiante universitario en ingresantes a la Facultad de Ciencias Químicas en dos universidades de Córdoba. *Diálogos Pedagógicos*, 17(34), 18-36.

- Carina Enrico, R. (2024). El oficio de estudiante: trayectorias estudiantiles en la Licenciatura en Psicopedagogía de la Universidad Provincial de Córdoba. *Revista Educación*. 48(1). <http://doi.org/10.15517/revedu.v48i1.55706>
- Coll, C. (1988). Significado y sentido en el aprendizaje escolar. Reflexiones en torno al concepto de aprendizaje significativo. *Journal for the Study of Education and Development*, 11(41), 131-142.
- Coronado, M. (2022). *Claves didácticas para renovar la enseñanza: Planificar estratégicamente, diseñar materiales y entornos estimulantes, gestionar un aula activa, evaluar con sentido*. Noveduc.
- Coulon, A. (1995). *Etnometodología y educación*. Paidós.
- Coulon, A. (2015). *La afiliación universitaria: el oficio del estudiante* (V. Mancovsky, Trad.) [Documento presentado en el Primer Foro de Inclusión, Retención y Participación Estudiantil]. Red Bien del CIN. Universidad Nacional de Lanús.
- Díaz Barriga, Á. (2013). *Guía para la elaboración de una secuencia didáctica*. UNAM.
- Duval, R. (2006). Un tema crucial en la educación matemática: La habilidad para cambiar el registro de representación. *La Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española*, 9 (1), 143-168.
- Duval, R. (2016). Un análisis cognitivo de problemas de comprensión en el aprendizaje de las matemáticas. En R. Duval & A. Sáenz-Ludlow (Eds.), *Comprensión y aprendizaje en matemáticas: Perspectivas semióticas seleccionadas* (pp. 61–94). Universidad Distrital Francisco José de Caldas.
- Engler, A., Gregorini, M. I., Müller, D., Vrancken, S., & Hecklein, M. (2004). Los errores en el aprendizaje de matemática. *Revista Premisa*, 6(23), 23-32.
- Feldman, D. (1998). *Ayudar a enseñar: relaciones entre didáctica y enseñanza*. Aique.

- Fenstermacher, G. (1989). Tres aspectos de la filosofía de la investigación sobre la enseñanza. En M. Wittrock (Ed.), *La investigación de la enseñanza. Vol. I. Enfoques, teorías y métodos* (pp. 149-179). Paidós.
- Galindo, J. (2022). Implementación de las TIC en prácticas evaluativas en Educación Secundaria en Matemática. En Sgreccia, N. (Ed.), *Proyectos innovadores en educación matemática*. (Vol. 2, pp. 87-134). Universidad Nacional de Rosario.
- Garciarena Ucelay, J.M. (2022). *Ingreso virtual, una propuesta didáctica para el curso de ingreso de matemática para la FCJES de la UNSL*. [Tesis de Maestría, Universidad Nacional de San Luis].
- GeoGebra. (s.f.). *GeoGebra* [Software]. Recuperado el 15 de agosto de 2025, de <http://www.geogebra.org>
- Litwin, E. (1997). *Las configuraciones didácticas*. Paidós.
- Litwin, E. (2008) *El oficio de enseñar: Condiciones y contextos*. Paidós
- Lleras de Reyes, G. & Gutierrez Otárola, S.I (2002). Metodología participativa para la enseñanza del Cálculo Diferencial. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 15, 91 - 96.
- Mentimeter. (s.f.). *Mentimeter* [Herramienta en línea]. Recuperado el 15 de agosto de 2025, de <http://www.mentimeter.com>
- Moreno Moreno, M. D. M. (2005). El papel de la didáctica en la enseñanza del cálculo: evolución, estado actual y retos futuros. En *Investigación en educación matemática: noveno simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática*. Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática, SEIEM. (pp. 81-96).

- Moreno, J. E., Chiecher, A. C., & Paoloni, P. V. (2020). Trayectorias de ingresantes universitarios y estrategias de aprendizaje: sus implicancias en el rendimiento académico. *Revista Educación*, 44 (2), 244-263.
- Onrubia, J. (1993). Enseñar: crear zonas de desarrollo próximo e intervenir en ellas. En C. Coll (Ed.), *El constructivismo en el aula* (pp. 101-124). Graó.
- OpenAI. (2023). *ChatGPT* (GPT-4) [Modelo de lenguaje grande]. Recuperado el 15 de agosto de 2025, de <http://chat.openai.com>
- Passmore, J. (1983). El concepto de enseñanza. En *Filosofía de la enseñanza*. (pp. 32-48) Fondo de Cultura Económica.
- Perassi, Z. (2008). *La evaluación en educación: un campo de controversias*. Ediciones del Proyecto; Ediciones LAE.
http://lae.unsl.edu.ar/Ediciones/Libros_Electronicos/Libro_La_Eval_En_Educacion.pdf
- Perkins, D. (1995). *Escuela inteligente*. Gedisa.
- Quezada, L., Grundmann, G., Expósito, M., & Valdés, L. (2002). *Preparación y ejecución de talleres de capacitación: Una guía práctica*. Centro Cultural Poveda.
http://bibliotecavirtual.clacso.org.ar/Republica_Dominicana/ccp/20120731051903/prepara.pdf
- Rosado Ocaña, M. & Cordero Osorio, F. (2002). La variación, la aproximación y la transformación como un marco de reconstrucción de significados de la derivada. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 15, 114-120.
- Sánchez-Matamoros, G., García, M., & Llinares, S. (2008). La comprensión de la derivada como objeto de investigación en didáctica de la matemática. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, 11(2), 267-296.

Screencast-O-Matic (s.f.). *Screencast-O-Matic* (v2.0) [Software]. Recuperado el 15 de agosto de 2025, de <http://screencast-o-matic.com>

Stewart, J. (1999). *Cálculo: trascendentes tempranas*. Cengage Learning

Universidad Nacional de San Luis (2002), *Resolución N° 33/02 del Consejo Superior de la Universidad Nacional de San Luis*. San Luis. Boletín Oficial de la Universidad Nacional de San Luis.

http://digesto.unsl.edu.ar/html/200212/20021209095832_8333.html

Valeri, L. (2022). *Beneficios del empleo de GeoGebra para la enseñanza de la definición formal de límite en Análisis Matemático I al inicio de carreras de Ciencias Exactas y Naturales* [Trabajo final integrador, Universidad Nacional de Rosario]. Repositorio Institucional de la UNR.

<https://rephip.unr.edu.ar/handle/2133/18948>

Vygotsky, L. S. (1987). *Historia del desarrollo de las funciones psíquicas superiores*. Editorial Científico-Técnica.

Villazón, A. S., & De Pauw, C. (1997). Las matrices de aprendizaje: un texto desde donde construir nuevas prácticas docentes. *Lectura y Vida, Revista Latinoamericana de Lectura*, 18 (4).

14 ANEXOS

14.1 Anexo 1 - Hoja de Ruta - Unidad N° 5 “Aplicaciones de la derivada”



¿Qué es una hoja de Ruta?

Si pensamos que el conocimiento es una construcción personal (y colectiva), podemos decir que la hoja de ruta es algo así como el GPS que necesitamos para llegar a nuestra meta en este camino de aprendizaje.

Obviamente, cuando arrancamos un viaje hay muchos factores a tener en cuenta que nos permitirán llegar a nuestro destino:

- ✚ Si conocemos el camino/ruta (o, en su defecto, contamos con algo/alguien que pueda guiarnos en este viaje).
- ✚ El tipo de vehículo con el que contamos (sumado acá a la condición en que se encuentre dicho vehículo: por ejemplo si tenemos una camioneta último modelo pero sin nafta, difícilmente llegaremos a destino).
- ✚ La experticia del conductor.
- ✚ Factores externos (el estado de la ruta, otros conductores, etc.).

En relación al estudio, no todo depende de vos, pero SI una gran parte en esta construcción del aprendizaje.

¿Entonces, cómo pueden llegar con éxito al final de esta asignatura?



En primer lugar, como equipo docente te ofreceremos múltiples recursos para que este camino sea lo mejor posible y puedas llegar con éxito al final de este recorrido. Apuntes teóricos, prácticos, ejercicios resueltos, hojas de ruta de cada unidad y videos que te ayuden a reforzar los conocimientos. El GPS corre por nuestra cuenta.



También podemos pensar que no todos viajarán en el mismo vehículo (algunos tendrán “mejores autos” que otros: tal vez más “comodidades”, más posibilidades económicas, de conexión o de tiempo, por ejemplo). Sin embargo, esto también puede sortearse.



Otros serán mejores conductores tal vez (esto puede implicar que a algunos les pueda resultar más “fácil” que a otros comprender ciertos conceptos, tal vez porque tienen más conocimientos previos, porque tuvieron profesores que les hicieron disfrutar la asignatura, porque les gusta más o les es más fácil la matemática, etc.). Para esto la solución será “adquirir experiencia”, tal vez tendrás que leer más que otros, ver más videos, hacer consultas, etc. No todos aprendemos de la misma forma ni al mismo tiempo.

También es importante pensar en aprendizajes que no son únicamente matemáticos, sino que están ligados a la administración del tiempo, a la organización, al saber estudiar, entre otros (a esto nosotros lo relacionamos con el “oficio de ser estudiante universitario”).



Y a pesar de todo eso, aún hay cosas que estarán fuera de tu control (problemas externos, de tipo académicos, personales o familiares, que escapan a veces a nuestros deseos o esfuerzos).

Lo más importante, es que puedas entender que esta asignatura, si bien requiere de tu parte (como por ejemplo dedicar horas de estudio dentro y fuera de clase), también te ofrece múltiples recursos para el autoaprendizaje, y el apoyo de un gran equipo de profesores dispuestos a ayudarte en este recorrido.

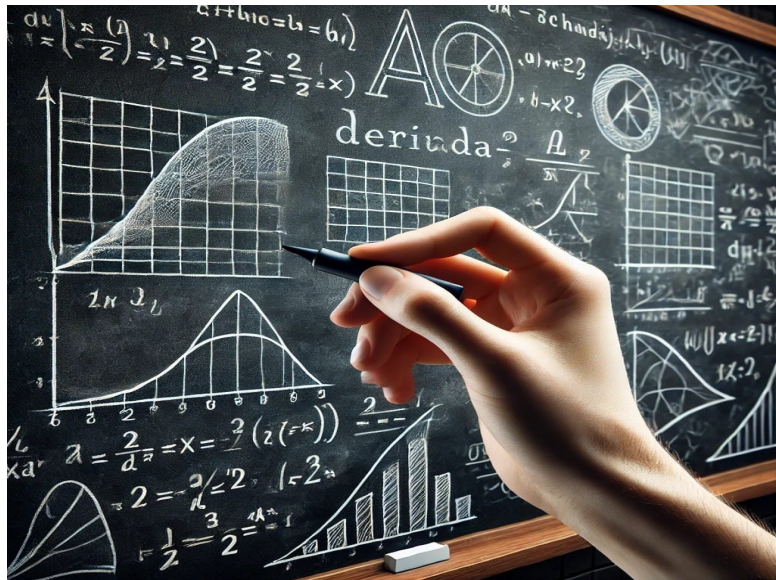
Te animamos a que pongas tu vehículo a punto, que seas consciente de tus limitaciones y trabajes en ellas para poder potenciar los recursos que SÍ tenés, y que te animes a ponerte metas de aprendizaje para cada una de las unidades que te proponemos.

Desde nuestro lugar, te ofrecemos acompañarte y guiarte a lo largo de todo el recorrido. Y las hojas de ruta te acompañarán en cada unidad, dándote alguna guía didáctica y también ofreciéndote soporte teórico y práctico (junto a recursos digitales) para que te ayuden a aprender/reforzar/revisar cada contenido.

¡Esperamos que sean de ayuda! Y todo aporte que sirva para mejorar será bienvenido.

Comencemos el viaje....

UNIDAD 5 – Aplicaciones de la Derivada



En esta unidad, se aborda el desarrollo de diversas aplicaciones del concepto de derivada en el ámbito de las ciencias económicas. Junto con los contenidos previos estudiados, esta unidad ofrece una oportunidad para la integración de conceptos matemáticos con principios económicos.

Para transitarla, es fundamental adoptar una metodología activa y reflexiva. Cada actividad requerirá la aplicación de los conceptos previamente aprendidos, así como el desarrollo de habilidades para interpretar tanto matemática como económicamente los problemas planteados. Esto incluye la resolución de situaciones propias del ámbito económico-administrativo, lo que contribuirá a fortalecer la comprensión y aplicación de los contenidos dados.

Desde un enfoque histórico, el concepto de derivada surge inicialmente en contextos geométricos (como la determinación de la recta tangente a una curva en un punto) y físicos (como el cálculo de la velocidad instantánea de un móvil). Sin embargo, su uso se ha extendido a diversas disciplinas, incluyendo la economía. En este campo, la derivada permite realizar un *análisis marginal*, que consiste en estudiar cómo cambian magnitudes (como el costo total, el ingreso o la demanda), al variar una unidad en la producción o el consumo. Por ejemplo, el costo marginal (el cambio en el costo total al producir una unidad adicional) y la elasticidad de la demanda (el cambio en la demanda ante variaciones en el precio) son aplicaciones fundamentales de la derivada en las ciencias económicas.







En la actualidad, el Cálculo, y en particular el estudio de las derivadas, se ha convertido en una herramienta indispensable para el análisis y la optimización de problemas en diversas áreas de la actividad humana. En economía, su aplicación permite determinar valores máximos y mínimos de funciones, optimizar la producción y las ganancias, y minimizar costos de operación. Estas competencias son esenciales en la formación del futuro egresado, ya que le brindan la capacidad de abordar problemas complejos y tomar decisiones fundamentadas en el ámbito profesional. Por ello, esta unidad representa una oportunidad para que los estudiantes integren conocimientos matemáticos con aplicaciones específicas de su disciplina, consolidando así su formación académica.

Conceptos Previos

No obstante, para adentrarse en el estudio de las derivadas, es imprescindible contar con una base sólida en conceptos previos. Esto incluye un manejo fluido de las funciones, tanto en su manipulación algebraica (propiedades de potenciación, radicación y expresiones algebraicas trabajadas en la Unidad 0) como en su representación gráfica (abordada en las Unidades 1 y 2). Asimismo, es fundamental comprender en profundidad el concepto de límite, estudiado en la Unidad 3, ya que la derivada se define precisamente como un tipo de límite particular. Estos conocimientos previos son la base para comprender a las derivadas en contextos económicos.

En resumen, esta unidad no solo profundiza en el estudio matemático de las derivadas, sino que también enfatiza su relevancia en la resolución de problemas económicos, preparando a los estudiantes para enfrentar desafíos profesionales con herramientas matemáticas.

Los **contenidos que estudiaremos en esta unidad son los siguientes:**

-  La derivada como razón de cambio: relaciones con el concepto promedio y marginal (visto en la práctica de la unidad anterior). Función costo total, costo promedio y costo marginal (visto en la práctica de la unidad anterior).
-  Elasticidad de una función.
-  Interpretación geométrica de la derivada y su uso en Funciones crecientes y decrecientes.
-  Valores máximos y mínimos de una función. Determinación aplicando el criterio de la derivada primera y el criterio de la derivada segunda.
-  Concavidad y puntos de inflexión. Representación de curvas.
-  Aplicaciones.

¿Cómo estudiar esta unidad?

Algunos especialistas en didáctica de la matemática han descubierto que, para que podamos comprender un concepto, es necesario poder realizar distintos tratamientos y conversiones entre registros (algebraico, gráfico, coloquial). Esto quiere decir que si podemos trabajar en un mismo registro (por ejemplo, trabajar en la ecuación de una función y realizar factorios, o encontrar ecuaciones equivalentes) y a su vez hacer una conversión de registros (esto quiere decir pasar de la ecuación a la gráfica, y viceversa); todas estas acciones implican que se ha **comprendido** el concepto.

Es por esto que a lo largo de toda la unidad ofrecemos acompañarte en los distintos procesos en los que tengas que realizar tratamientos en un mismo registro o conversión de un registro a otro. Creemos fundamental que puedas operar con las distintas reglas de derivación que existen, pero también puedas interpretar esos resultados desde la gráfica de una función y su derivada.

Además, a través de cada actividad se presenta la posibilidad de visualizar los resultados y corroborar que existe esa coherencia interna. Por esto es fundamental tener disponibles todos los conceptos previos de funciones y sus gráficas, los que ahora podremos interpretar desde el punto de vista económico (aquí es donde podremos observar que en un intervalo en el que la función crece representa, por ejemplo, períodos de aumento de ingresos de una determinada empresa, o el mínimo “matemático” representa los costos mínimos en un momento determinado).

Te invitamos a que utilices todos los recursos que dejamos a tu disposición: los apuntes de teoría, apuntes de práctica, esta hoja de ruta, los videos y ejercicios resueltos de toda la unidad, junto con GeoGebra. Estamos seguros que haciendo uso de todo el material podrás avanzar haciendo interpretaciones y relaciones entre los contenidos previos y este nuevo que estamos presentando.

Continuando con esta propuesta, te ofrecemos algunos videos de YouTube de cada contenido, que te permitan enriquecer o aclarar diversos temas. Animate a explorarlos y reforzar todos los conceptos que creas necesarios.

ELASTICIDAD DE UNA FUNCIÓN.

La elasticidad de una función es un concepto que nos permite medir cómo responde una variable ante cambios en otra variable. En términos más precisos, la elasticidad cuantifica la variación relativa o porcentual de una variable en relación con la variación de otra. Este concepto es de gran relevancia en el ámbito económico, ya que proporciona una

herramienta para analizar la sensibilidad de las decisiones de los agentes económicos ante cambios en las condiciones del mercado.

Uno de los ejemplos más destacados es la **elasticidad demanda-precio**, también conocida simplemente como elasticidad de la demanda. Este indicador mide la variación porcentual en la cantidad demandada de un bien o servicio ante un cambio del uno por ciento en su precio.

Este concepto es fundamental en la teoría económica, ya que permite comprender cómo los cambios en los precios afectan la demanda y, por extensión, el equilibrio del mercado. Si un producto tiene una demanda elástica, significa que los consumidores son muy sensibles a los cambios de precio. En este caso, una pequeña subida de precio puede provocar una gran disminución en las ventas. Por el contrario, si un producto tiene una demanda inelástica, los consumidores son menos sensibles a los cambios de precio, y la empresa puede subir los precios sin que se vea afectada significativamente la demanda. Por ejemplo, imaginemos que somos dueños de una casa de ropa de marca que vende jeans. Si aumenta el precio, es probable que algunos clientes sigan comprando, ya que valoran la marca y están dispuestos a pagar más. Sin embargo, otros clientes podrían buscar alternativas más económicas, lo que indica que la demanda de ropa de marca puede ser relativamente elástica.

¿Pero qué pasa con productos que son de alto consumo y que tienen pocos sustitutos? Veamos el ejemplo del Fernet en Argentina. En total, nuestro país consume más del 75% del fernet producido en el mundo. Es la tercera bebida alcohólica más vendida en Argentina, después de la cerveza y el vino. Si sube el precio, es probable que muchos consumidores sigan comprándolo, aunque sea un poco más caro. Esto indica que la demanda de este bien es inelástica. Los consumidores son menos sensibles a los cambios de precio, ya que lo pueden considerar una opción casi única (no hay muchos sustitutos de este bien, o los que hay tienen diferencias sustanciales con el mismo).

Así, los bienes tienen diferentes elasticidades. Por ejemplo, los de primera necesidad como alimentos o medicamentos, suelen tener una demanda inelástica, ya que los consumidores los necesitan independientemente del precio. Así como los bienes de lujo como autos de alta gama o joyas suelen tener una demanda elástica, ya que los consumidores pueden prescindir de ellos si el precio aumenta.

Algunos factores que influyen en la elasticidad de la demanda son: la disponibilidad de sustitutos, la necesidad del producto, el tiempo para cubrir la necesidad del consumidor, etc. Un claro ejemplo de esto se vivió en la pandemia con la compra de barbijos, en ese

momento en particular la necesidad de su uso hizo que tuviera una demanda inelástica, lo que actualmente ya no sucede.

La elasticidad de la demanda nos ayuda a entender cómo reaccionan los consumidores ante los cambios de precio. Esta información es muy útil para las empresas, ya que les permite tomar decisiones más informadas sobre sus precios y estrategias de marketing.

FUNCIONES CRECIENTES Y DECRECIENTES.

La derivada de una función es una herramienta analítica fundamental para determinar los intervalos en los que una función crece o decrece. Los valores que delimitan estos intervalos se denominan **puntos críticos**. Para identificar estos puntos, se calcula la primera derivada de la función y se iguala a cero, resolviendo la ecuación resultante para encontrar sus raíces. También se consideran puntos críticos aquellos valores del dominio para los cuales la derivada primera no está definida.

Una vez obtenidos los puntos críticos, estos dividen el dominio de la función en intervalos sobre el eje x . Para determinar si la función crece o decrece en cada uno de estos intervalos, se selecciona un valor (cualquiera) de cada intervalo y se evalúa en la primera derivada. Lo que resulta clave en este análisis no es el valor numérico obtenido, sino su **signo**. Si la derivada evaluada en el punto seleccionado es positiva, la función $f(x)$ es creciente en ese intervalo. Por el contrario, si la derivada es negativa, la función $f(x)$ decrece en dicho intervalo.

Este proceso tiene una interpretación geométrica importante. Como se estudió previamente, la derivada de una función en un punto representa la *pendiente de la recta tangente* a la curva en ese punto. Cuando la derivada es igual a cero, significa que la recta tangente es horizontal, ya que su pendiente es nula. Este hecho está directamente relacionado con los puntos críticos, ya que en ellos la función puede presentar máximos, mínimos o puntos de inflexión, dependiendo del comportamiento de la función en los intervalos adyacentes.

En resumen, el análisis de los puntos críticos y el estudio del signo de la derivada en los intervalos que estos determinan permiten comprender el comportamiento de una función, identificando dónde crece, dónde decrece y dónde alcanza sus valores extremos.

Recursos  **YouTube**

- © **FUNCIÓN CRECIENTE, DECRECIENTE y CONSTANTE:** El siguiente video es una introducción al concepto repasando la teoría de cuando una función es

creciente, decreciente y constante. Los ejemplos son fáciles para razonar cada caso.

<https://www.youtube.com/watch?v=NHtXOV7XLQc>

- 🕒 INTERVALOS DE CRECIMIENTO, DECRECIMIENTO Y CONSTANTE DE UNA FUNCIÓN: En este video vemos nuevamente como se debería interpretar gráficamente cuando los intervalos de una función es creciente, decreciente y constante.

https://www.youtube.com/watch?v=dcpst_xi8as

- 🕒 Función Creciente y Decreciente: Ya comprendido los conceptos, el siguiente video muestra cómo realizar el cálculo analítico para analizar los intervalos de crecimiento y decrecimiento de una función.

<https://www.youtube.com/watch?v=9AF18p87gHg>

- 🕒 Máximos, mínimos, crecimiento y decrecimiento: criterio de la primera derivada: este video nos interesa hasta el minuto 8:24 porque luego se determina mínimos y máximos de la función con el criterio de la derivada primera (que corresponde al siguiente contenido).

<https://www.youtube.com/watch?v=sE5jdoJd97g>

VALORES MÁXIMOS Y MÍNIMOS DE UNA FUNCIÓN. DETERMINACIÓN APLICANDO EL CRITERIO DE LA DERIVADA PRIMERA Y EL CRITERIO DE LA DERIVADA SEGUNDA.

Ya aprendimos a obtener e interpretar los **valores críticos** de una función, lo que nos permite construir intervalos de crecimiento y decrecimiento. Sin embargo, los valores críticos no solo son útiles para este propósito, sino que también nos ayudan a identificar **máximos y mínimos relativos** de una función. Pero, ¿cómo lo hacemos? Los puntos críticos son los "candidatos" que pueden corresponder a máximos o mínimos relativos. Para determinar si un punto crítico es un máximo o un mínimo, utilizamos dos métodos: el **criterio de la derivada primera** y el **criterio de la derivada segunda**. Esto demuestra cómo seguimos explorando aplicaciones prácticas del concepto de derivada.

Criterio de la Derivada Primera

1. Cálculo de los Puntos Críticos:

Primero, calculamos la derivada primera de la función y la igualamos a cero para

encontrar sus raíces. Estos valores encontrados son “candidatos” a ser máximos o mínimos relativos. También consideramos los puntos donde la derivada no está definida.

2. Construcción de Intervalos

Con los puntos críticos identificados, dividimos el dominio de la función en intervalos. Luego, evaluamos el signo de la derivada primera en cada intervalo para determinar si la función crece o decrece en ellos.

3. Análisis del Comportamiento:

Para clasificar un punto crítico como máximo o mínimo relativo, nos posicionamos en dicho punto y observamos cómo cambia el signo de la derivada primera en los intervalos adyacentes:

- a. Si la derivada cambia de **positiva a negativa** (la función pasa de creciente a decreciente), el punto crítico corresponde a un **máximo relativo**.
- b. Si la derivada cambia de **negativa a positiva** (la función pasa de decreciente a creciente), el punto crítico corresponde a un **mínimo relativo**.

Este método nos permite no solo identificar los intervalos de crecimiento y decrecimiento, sino también localizar los puntos donde la función alcanza sus valores extremos relativos. En la próxima sección, exploraremos el **criterio de la derivada segunda**, que ofrece otra perspectiva para determinar la naturaleza de los puntos críticos.

Recursos  YouTube

- 📌 01. Máximos y mínimos de una función (criterio de la derivada primera) ejemplo 1 | Cálculo diferencial

https://www.youtube.com/watch?v=5XUD_Pbjkk

- 📌 02. Máximos, mínimos, crecimiento y decrecimiento: retomamos el último video propuesto en el contenido anterior, ya que se aplica el criterio de la derivada primera a partir del minuto 8:24.

<https://www.youtube.com/watch?v=sE5jdoJd97g>

- 📌 03. Máximos, mínimos, crecimiento y decrecimiento: criterio de la primera derivada: un ejemplo muy similar al anterior.

<https://www.youtube.com/watch?v=gUbV2msx72E>

- 04. Máximos, mínimos, crecimiento y decrecimiento: criterio de la primera derivada: nuevamente un ejemplo similar.

<https://www.youtube.com/watch?v=YHE81T4b7KU>

- Máximos y mínimos de una función (criterio de la primera derivada) ejemplo 2 | Cálculo diferencial

<https://www.youtube.com/watch?v=z-x86rnArgs>

- Máximos y mínimos. Uso de la 1a derivada. Video #79: este video está bueno porque hace un repaso rápido relacionando varios contenidos vistos anteriormente, razonando que si tenemos una parábola (como la del ejemplo) entonces su vértice sería un máximo o mínimo según sus ramas vayan para arriba o para abajo.

<https://www.youtube.com/watch?v=UTnQFUx8RUw>

Una buena pregunta que puede surgir es la siguiente ¿Qué criterio conviene utilizar?

Si bien ambos criterios son herramientas complementarias en el análisis de funciones, el **criterio de la derivada primera** es más general y proporciona un análisis detallado del comportamiento de la función, mientras que el **criterio de la derivada segunda** ofrece una solución rápida y directa (cuando es aplicable).

Es importante recordar que el criterio de la derivada segunda tiene limitaciones y no siempre puede determinar si un punto crítico es un máximo o un mínimo relativo, especialmente cuando la derivada segunda es igual a cero. En tales casos, el criterio de la derivada primera sigue siendo indispensable.

CONCAVIDAD Y PUNTOS DE INFLEXIÓN. REPRESENTACIÓN DE CURVAS.

En la unidad anterior analizamos (utilizando los diferenciales) cómo la recta tangente podía estar por encima o por debajo de la curva en un punto dado. Este concepto está directamente relacionado con la **concauidad** de una función.

- **Función Convexa:**

Decimos que una función es convexa en un punto si la curva está **por encima** de la recta tangente en ese punto. Gráficamente, la curva tiene una forma de "U" o "valle" en ese intervalo.

- **Función Cóncava:**

Por el contrario, una función es cóncava en un punto si la curva está **por debajo** de

la recta tangente en ese punto. Gráficamente, la curva tiene una forma de " \cap " o "montaña" en ese intervalo.

En algunos textos, también se utiliza el término “concavidad hacia arriba” para referirse a la convexidad, mientras que la concavidad hacia abajo se mantiene con ese nombre.

Puntos de Inflexión

Un punto de inflexión es un punto en la gráfica de la función donde la concavidad cambia. Es decir, la función pasa de ser cóncava a convexa, o viceversa. Estos puntos son importantes porque marcan una transición en el comportamiento de la curva.

Procedimiento para Analizar la Concavidad y los Puntos de Inflexión

1. Cálculo de la Derivada Segunda:

Para analizar la concavidad de una función, primero calculamos su **derivada primera** y luego su **derivada segunda**. Las raíces de la derivada segunda (es decir, los valores de x que hacen $f'(x)=0$) son los candidatos a ser puntos de inflexión.

2. Construcción de Intervalos de Concavidad:

Con las raíces de la derivada segunda, dividimos el dominio de la función en intervalos. Luego, seleccionamos un valor de prueba dentro de cada intervalo y lo evaluamos en la derivada segunda.

3. Aplicación del Criterio de Concavidad:

- Si el valor de la derivada segunda en el punto de prueba es **positivo** ($f''(x)>0$), la función original es **convexa** en ese intervalo.
- Si el valor de la derivada segunda en el punto de prueba es **negativo** ($f''(x)<0$), la función original es **cóncava** en ese intervalo.

4. Determinación de Puntos de Inflexión:

- Para confirmar si una raíz de la derivada segunda es un **punto de inflexión**, analizamos si la concavidad de la función cambia en ese punto. Es decir, si la función pasa de cóncava a convexa, o viceversa.
- Alternativamente, podemos evaluar la derivada segunda en la coordenada x del punto crítico. Si el valor resultante (la coordenada y) es **distinto de cero**, entonces ese punto es un **punto de inflexión**.

En resumen, el estudio de la concavidad y los puntos de inflexión nos permite visualizar y analizar con mayor precisión la forma y el comportamiento de una función, complementando el análisis de máximos, mínimos y crecimiento/decrecimiento.

Recursos YouTube

- 🕒 Concavidad y puntos de inflexión para principiantes. Uso de la segunda derivada | Video 88
<https://www.youtube.com/watch?v=Vwsptj6MtwI>
- 🕒 Puntos de inflexión de una función
https://www.youtube.com/watch?v=C_EsS35qtwU
- 🕒 Criterio de la segunda derivada | Concavidad y puntos de inflexión | Ejemplo 1
<https://www.youtube.com/watch?v=reHxoY8j2C8>
- 🕒 Criterio de la segunda derivada | Concavidad y puntos de inflexión | Ejemplo 2
<https://www.youtube.com/watch?v=eihzQCH9VN4>
- 🕒 Criterio de la segunda derivada | Concavidad y puntos de inflexión | Ejemplo 3
<https://www.youtube.com/watch?v=5IVxaIQs0SM>
- 🕒 Criterio de la segunda derivada | Concavidad y puntos de inflexión | Ejemplo 4
<https://www.youtube.com/watch?v=I5hDyrDjLs>
- 🕒 Puntos de inflexión de una función ejemplo 1 de 3 | Cálculo diferencial
<https://www.youtube.com/watch?v=HBbqsY4Coaw>
- 🕒 Puntos de inflexión de una función ejemplo 2 de 3 | Cálculo diferencial
<https://www.youtube.com/watch?v=qx1x131wdxg>
- 🕒 Puntos de inflexión de una función ejemplo 3 de 3 | Cálculo diferencial
<https://www.youtube.com/watch?v=NCKZwuGLltc>

Con los intervalos de crecimiento y decrecimiento, los máximos y mínimos, los intervalos de concavidad, los puntos de inflexión, sumado a los cortes de la función con ambos ejes, podemos esbozar gráficamente cualquier función de manera rápida y precisa. Esto significa que, aplicando convenientemente las derivadas, podemos graficar cualquier función utilizando los contenidos aprendidos.

Se recomienda verificar con **GeoGebra** la gráfica de la función original para ver si los datos calculados corresponden con los reales. Es una dificultad frecuente, y una mala costumbre, que no verifiquemos ni asociemos los cálculos con su gráfica, más disponiendo hoy en día de tecnología que permite hacerlo desde cualquier dispositivo tecnológico (celular, Tablet o computadora).

APLICACIONES A LA ECONOMÍA.

El mercado laboral demanda profesionales capaces de brindar servicios de administración y contabilidad que contribuyan a incrementar las ganancias de las empresas. Esto implica que, como futuros profesionales, seremos contratados para optimizar las utilidades de una empresa y reducir los costos asociados a la producción de bienes o servicios. Ahora estamos preparados para adentrarnos en este mundo y comprender los conceptos clave que rigen estas decisiones.

Conceptos Básicos: Costos, Ingresos y Utilidades

En el ámbito empresarial, es fundamental diferenciar entre los distintos tipos de costos y comprender cómo se relacionan con los ingresos y las utilidades. A continuación, se presentan los conceptos principales:

1. Costos Fijos (CF):

Son aquellos gastos que no dependen del nivel de producción (x). Representan los costos que la empresa debe cubrir independientemente de si produce o no. Por ejemplo, el alquiler de un local, los salarios fijos del personal administrativo o los seguros.

Ejemplo: Si los costos fijos de una empresa son de \$100.000, se expresa como $CF=100.000$

2. Costos Variables (CV):

Estos costos sí dependen del nivel de producción (x). Incluyen gastos como materias primas, mano de obra directa o energía utilizada en la producción.

Ejemplo: Si los costos variables están dados por la función $CV(x)= 0,02 x^2 + 5x$, significa que aumentan a medida que se incrementa la producción.

3. Costos Totales (CT):

Representan la suma de los costos fijos y los costos variables. La función de costos totales se expresa como:

$$CT(x)= CF + CV(x)$$

Ejemplo: Si $CF=100.000$ y $CV(x)= 0,02 x^2 + 5x$, entonces:

$$CT(x)= 100.000 + 0,02 x^2 + 5x$$

4. **Ingresos Totales (IT):**

Los ingresos totales se calculan multiplicando el precio de venta de un producto o servicio por la cantidad vendida (x).

Ejemplo: Si el precio de venta de un producto es \$600, la función de ingresos totales es:

$$IT(x) = 600x$$

5. **Utilidad (U):**

La utilidad, también conocida como ganancia, es la diferencia entre los ingresos totales y los costos totales. Se expresa como:

$$U(x) = IT(x) - CT(x)$$

Ejemplo: Utilizando las funciones anteriores:

$$U(x) = 600x - (100.000 + 0.02x^2 + 5x) = -0.02x^2 + 595x - 100.000$$

Nuestro objetivo como profesionales será maximizar la función de utilidades y minimizar los costos totales. Sin embargo, esto no siempre implica producir más. Para entender por qué, consideremos el siguiente ejemplo:

Ejemplo Práctico.

Imaginemos una fábrica de muebles que produce mesas de madera. La empresa tiene una capacidad de producción de 1.000 mesas por mes y un local con espacio de almacenamiento para 1.200 mesas. Veamos las funciones de Costos totales, ingresos totales y Utilidad.

- **Función de Costos Totales es:**

$$CT(x) = 100.000 + 0.05x^2 + 20x.$$

- **Función de Ingresos Totales:**

$$IT(x) = 150x$$

- **Función de Utilidad:**

$$U(x) = 150x - (100.000 + 0.05x^2 + 20x) = -0.05x^2 + 130x - 100.000$$

Si la empresa decide producir 1.500 mesas en un mes, podría pensar que está “maximizando” sus ingresos.

Sin embargo, al superar su capacidad de producción (1.000 mesas mensuales), tendría que invertir en nueva maquinaria, contratar más personal y ampliar su local. Esto incrementaría tanto los costos fijos como los variables, reduciendo las utilidades.

Además, si no se cuenta con el espacio suficiente para almacenar las mesas, estas podrían dañarse, lo que también generaría pérdidas.

Conclusión: "Producir Más No Siempre es Mejor"

Este ejemplo ilustra por qué "producir más no siempre es mejor". Cada empresa tiene una estructura de costos que depende de factores tales como: la mano de obra, la maquinaria, la capacidad de almacenamiento y otros recursos. Nuestro rol como profesionales será analizar estas variables, modelar las funciones de costos e ingresos, y determinar el nivel de producción óptimo que maximice las utilidades sin comprometer la sostenibilidad de la empresa.


A lo largo de la carrera, adquiriremos las herramientas necesarias para realizar análisis profundos y tomar decisiones basadas en datos válidos y contextos específicos. Este es el uno de las principales tareas de nuestra formación: desarrollar la capacidad de optimizar recursos y contribuir al éxito de las organizaciones.


Recursos YouTube

- 📌 EJERCICIO DE UTILIDAD, INGRESO TOTAL Y COSTO TOTAL -
Matemática para Administración y Economía: este video nos muestra cómo armar las funciones de Utilidad, Ingreso y Costos Totales.
https://www.youtube.com/watch?v=KYoxy_DO0oo
- 📌 Utilidad máxima con derivadas: este video nos muestra como determinar el máximo de una función de utilidad.
<https://www.youtube.com/watch?v=m7zHIjMZKY0>

14.2 Anexo 2 - Propuesta de Secuencia Didáctica: Interpretación Geométrica de la Derivada y su relación con el comportamiento de la función

 **Asignatura:** Análisis Matemático I

 **Tema:** Interpretación Geométrica de la Derivada y su relación con el comportamiento de la función

 **Duración de la secuencia y número de sesiones previstas:** Se planifica su realización en dos encuentros de dos horas cada uno.


 **Objetivos:**

- Identificar la recta tangente como el límite de las rectas secantes y determinar la pendiente de la recta tangente en un punto dado.
- Obtener analítica y geoméricamente la derivada de una función en un punto, realizando la conversión del registro algebraico al gráfico y viceversa.
- Utilizar la interpretación gráfica de la derivada de una función en un punto para hallar valores extremos, intervalos de crecimiento y decrecimiento de una función, y utilizar esta información para realizar la gráfica aproximada de la función.
- Explorar, utilizando GeoGebra, las relaciones entre una función y su derivada, contrastando los resultados gráficos con los algebraicos.

¡IMPORTANTE!

Para lograr estos objetivos, se debe tener en cuenta que es necesario utilizar los siguientes conocimientos previos, que se aplicarán a lo largo de toda la secuencia:

- Funciones: dominio, recorrido, valor numérico de una función y gráfica de una función.
- Límite de una función en un punto.
- Derivada de una función en un punto.

 **Evaluación: criterios de valoración; lineamiento para la resolución y uso de los exámenes:**

Al finalizar estas actividades se espera que cada estudiante esté en condiciones de identificar la diferencia entre la derivada de una función en un punto y la función derivada, y pueda utilizar la información que brinda la derivada en un punto para realizar la gráfica de una función. Así mismo, se espera que pueda reconocer cuándo una función crece o decrece, para más adelante, encontrar los máximos y mínimos de una función utilizando distintos criterios de la función derivada.

- **Evidencias de aprendizaje:** Realización de gráficas utilizando la información que brinda la derivada de la función en un punto o la función derivada. Comprobación gráfica y algebraica utilizando lápiz, papel y graficadores.
- **Recursos:** Guía práctica, lápiz, papel y software libre GeoGebra

Actividades de apertura

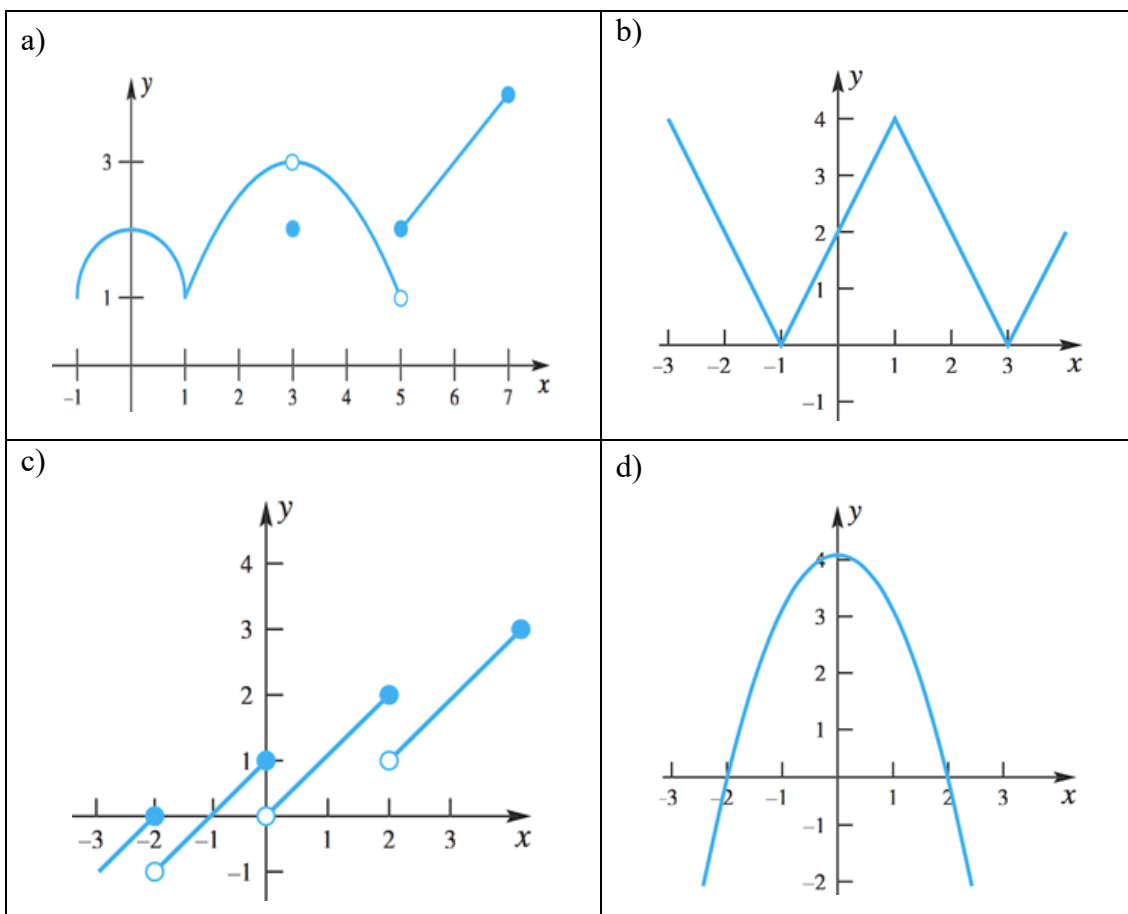
Las actividades que se plantean a continuación tienen como objetivo recuperar los conceptos previos relacionados a la interpretación geométrica de la derivada como la pendiente de la recta tangente a un punto dado.

Actividad N°1:

Teniendo en cuenta la interpretación geométrica de la derivada, podemos saber que no siempre es posible hallar la derivada para todos los valores del dominio.

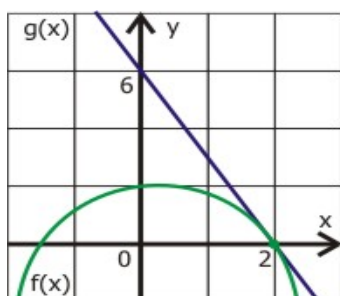
“Para que una función sea diferenciable, debe ser continua, y además, no presentar picos (o esquinas)”.

Indique en los siguientes gráficos para qué valores de x la función **no** es diferenciable:

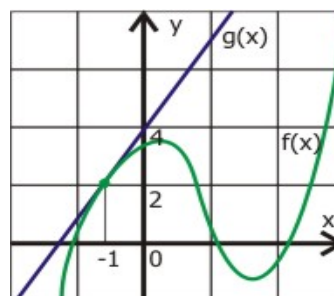


Actividad 2:

Encontrar las pendientes de las rectas tangentes trazadas en cada una de las gráficas y completar:



$$f'(2) = \dots\dots$$



$$f'(-1) = \dots\dots$$

Actividades de desarrollo

Las actividades que se plantean a continuación tienen como objetivo usar GeoGebra para explorar las relaciones entre una función y su derivada, trabajando en la conversión del registro gráfico al algebraico y viceversa.

Actividad 3:

El siguiente recurso presenta dos gráficos. Te invitamos a que los explores y respondas las siguientes preguntas.

<https://www.geogebra.org/m/smmsqgyz>

Respecto del gráfico 1,

- ¿Para qué valores de la función $f(x) = (x^2 - 4)$, x , la derivada vale 0? (la gráfica verde corresponde a la función original, y la gráfica azul a la función derivada)
- ¿Qué particularidad presenta la función en esos valores?
- ¿Qué relación tiene esto con la representación gráfica de la derivada?

Respecto del gráfico 2:

Te invitamos a que juegues con el deslizador y observes qué sucede con la pendiente de la recta tangente al moverte a lo largo de la curva

- ¿En qué intervalos la pendiente de la recta tangente es positiva? ¿y en cuáles negativas?
- ¿Cómo se comporta la función en esos intervalos? (¿es creciente, decreciente o constante?)
- Considerando que la derivada de la función en un punto corresponde al valor de la

pendiente de la recta tangente en dicho punto, ¿Qué puedes inferir acerca de la relación entre la derivada y el crecimiento o decrecimiento de la función?

Actividad 4

a) Dada la siguiente función, indicar para qué valores de x la función $f'(x)=0$.

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$$

b) Grafica la función en GeoGebra. Luego, utilice la Herramienta “*Extremos*” y verifica que los puntos marcados gráficamente corresponden a los valores hallados en forma analítica.

c) Observa la función dada ¿Cómo es la recta tangente a la curva en dichos puntos? ¿Cuánto vale su pendiente?

c) Deriva la función $f(x)$ y graficala (en el mismo cuadro que dibujaste a $f(x)$). Luego, verifica que los valores de los extremos hallados analíticamente coinciden en la gráfica con las raíces de la función derivada.

d) ¿Cómo es el comportamiento de $f(x)$ en relación a sus intervalos de crecimiento y decrecimiento? ¿Qué relación puedes encontrar con los valores extremos hallados?

Actividad 5

a) Dadas las siguientes gráficas, marcar en las mismas los puntos donde la derivada de la función es igual a 0 y trazar la recta tangente en cada punto.

b) Indica cuáles son los intervalos de crecimiento y decrecimiento y marca en la gráfica las pendientes de las rectas tangentes en algunos puntos de cada intervalo.





Actividad 6: Dibujar la gráfica aproximada de la función g utilizando la siguiente información:

$$g(0) = g(2) = g(4) = 0, \quad g'(1) = g'(3) = 0, \quad g'(0) = g'(4) = 1,$$

$$g'(2) = -1, \quad \lim_{x \rightarrow \infty} g(x) = \infty, \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = -\infty$$

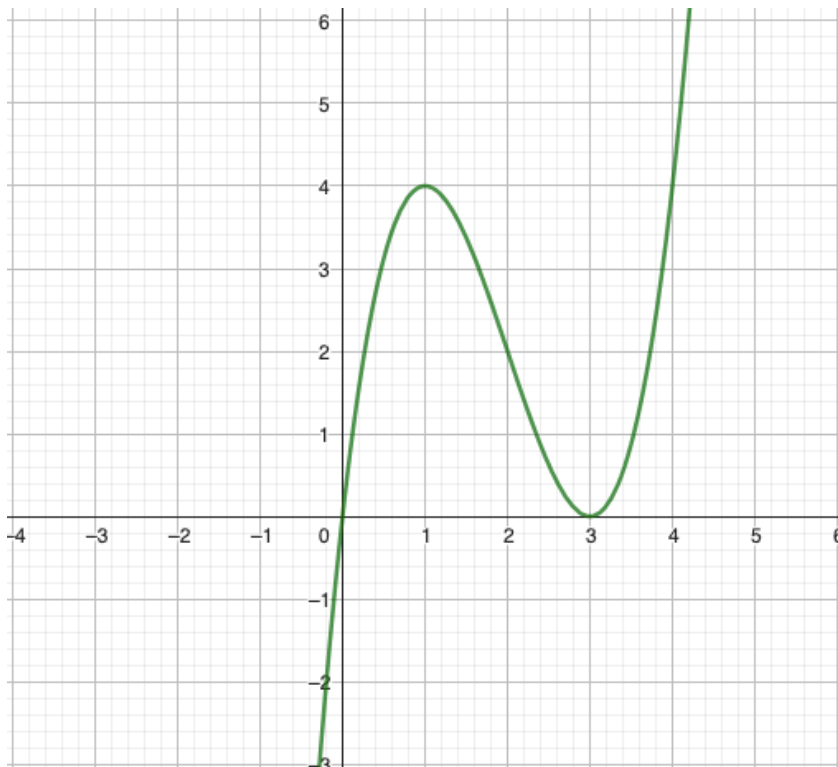
Actividad 7: Dibujar la gráfica aproximada de la función f para la cual:

$$f(0) = 0, \quad f'(0) = 3, \quad f'(1) = 0, \quad f'(2) = -1$$

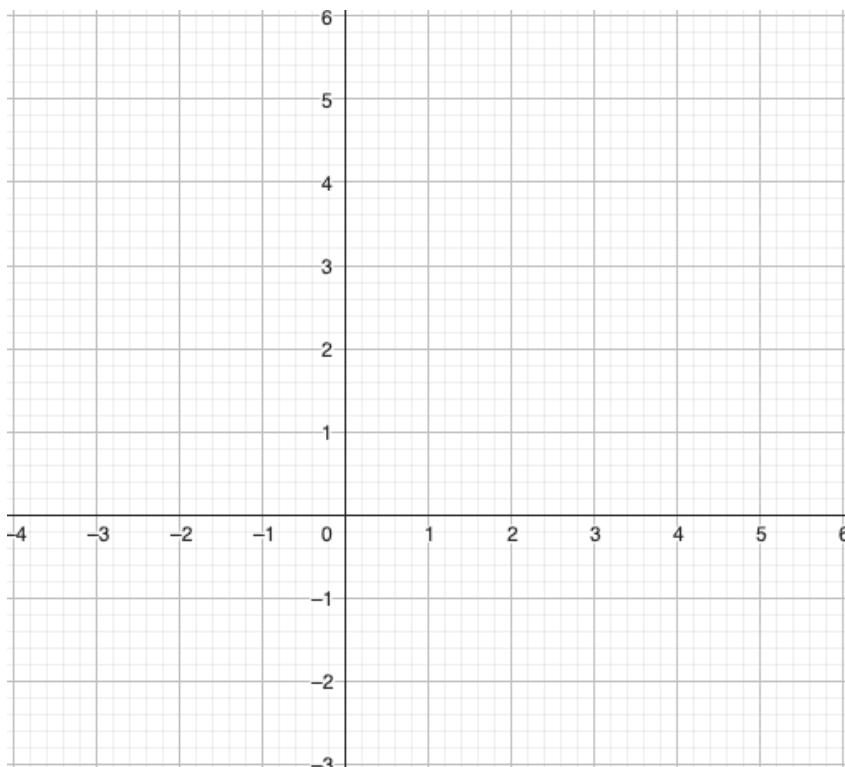
Actividades de Cierre

Las actividades que se plantean a continuación tienen como objetivo utilizar la información que brinda la derivada para realizar la gráfica aproximada de una función. Por otro lado, se propone reconocer la gráfica de la derivada a partir de los extremos, intervalos de crecimientos y decrecimiento de la función en cuestión.

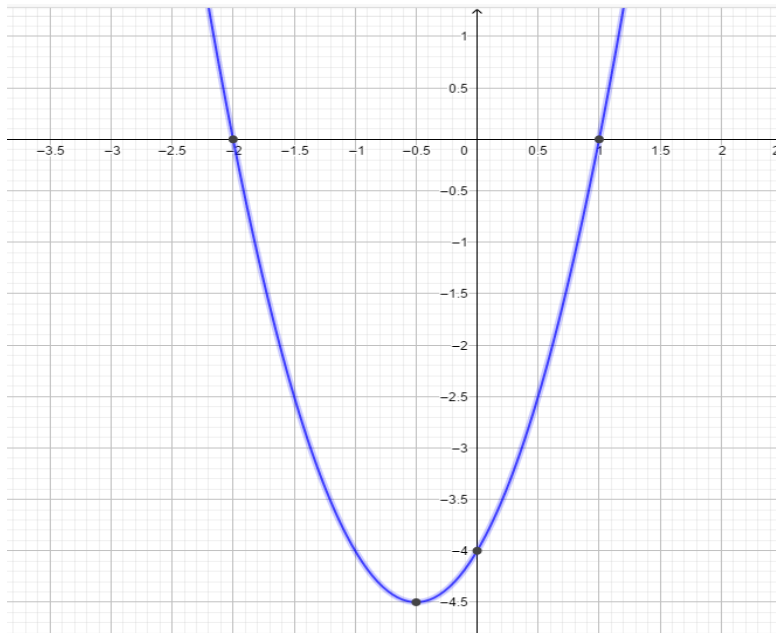
Actividad 9: Dada la gráfica de la función $f(x)$, realizar un esbozo de la gráfica de la función derivada $f'(x)$ utilizando la información que te proveen las rectas tangentes de los puntos de la función f .



$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$$

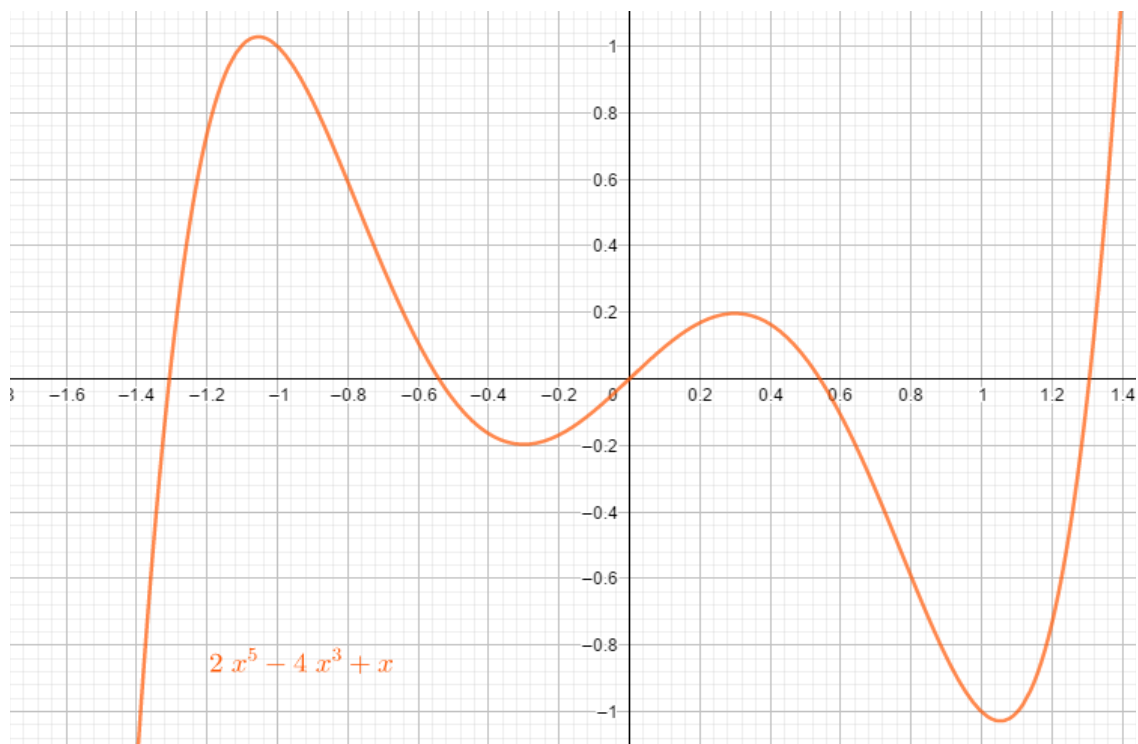


Actividad 10: Dada la gráfica de la función $f'(x)$, y, sabiendo que $f(0)=0$, esbozar un gráfico aproximado de la función $f(x)$, utilizando la interpretación geométrica de la derivada.

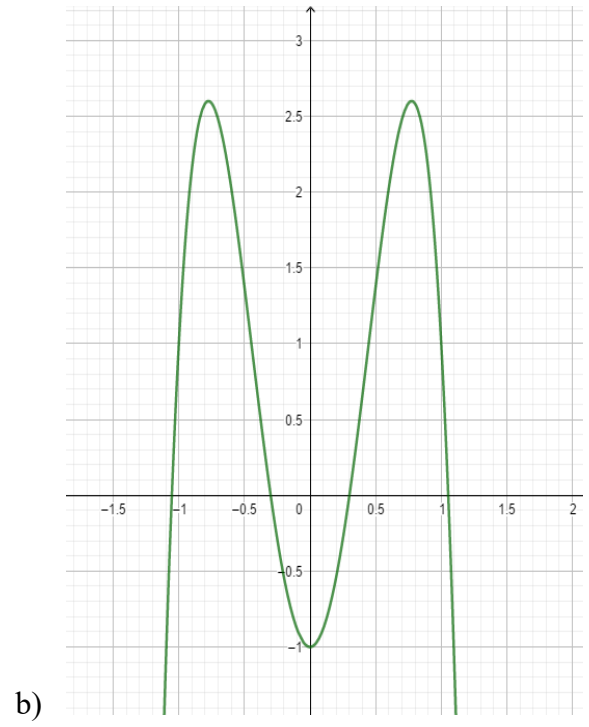
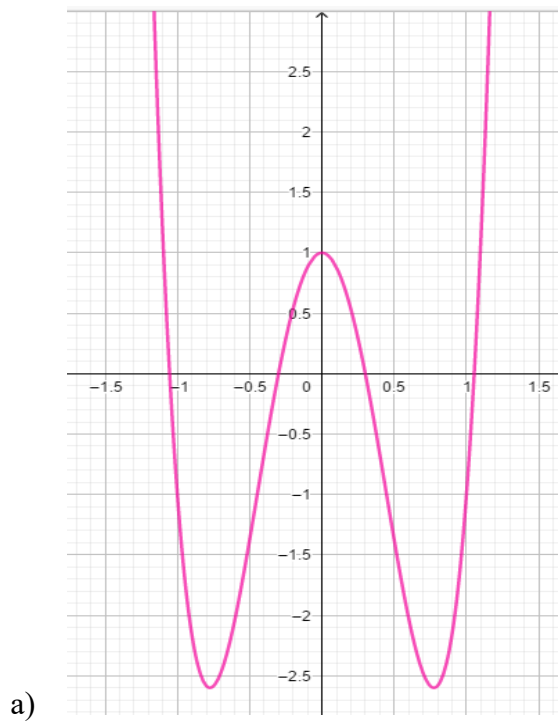


$$f'(x) = 2x^2 + 2x - 4$$

Actividad 11: Dado el siguiente gráfico, indicar cuál es la gráfica que corresponde a la función derivada. Justificar con al menos **dos condiciones** que le permiten realizar la identificación.



$$f(x) = 2x^5 - 4x^3 + x$$



14.3 Anexo 3 - Video “Interpretación Geométrica de la Derivada”

El siguiente video permite mostrar cómo se interpreta geoméricamente la derivada de una función en un punto, comenzando por una idea relacionada a la física y terminando con la importancia de este conocimiento para conocer el comportamiento de las funciones.

Disponible en:




<https://youtu.be/swmK20bBYUw?si=GSumOH6A0HOwBWI>

14.4 Anexo 4 - Evaluaciones

14.4.1 Llaves

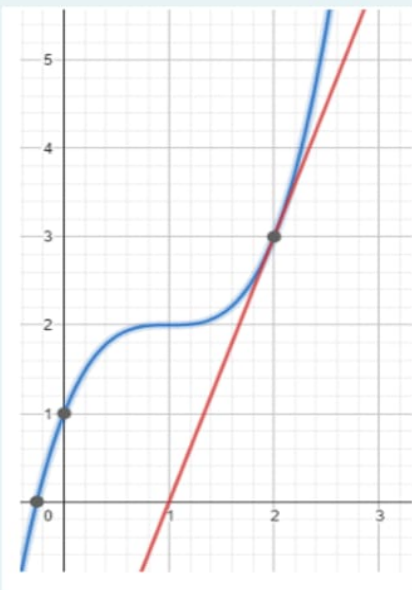
A continuación se muestran algunas de las preguntas que se proponen para la realización de las llaves en cada clase. Se trabajan actividades de opción múltiple y Verdadero o Falso, en las que los estudiantes deben realizar conversiones entre registros y recuperar conocimientos teóricos para su resolución.

Preguntas 1 a 10: Definiciones Teóricas e interpretación gráfica de la derivada.

Pregunta 1	Pregunta 2
<p>Geoméricamente, la derivada de una función en un punto considerado es:</p> <p>Seleccione una o más de una:</p> <ul style="list-style-type: none"><input type="checkbox"/> a. La ordenada de la recta tangente a la curva en el punto considerado<input type="checkbox"/> b. Ninguna respuesta es correcta<input type="checkbox"/> c. La pendiente de la recta secante a la curva en el punto considerado<input type="checkbox"/> d. La pendiente de la recta tangente a la curva en el punto considerado<input type="checkbox"/> e. La pendiente de la recta normal a la curva en el punto considerado	<p>La derivada de la siguiente función en el punto $x=2$ es:</p>  <p>Seleccione una:</p> <ul style="list-style-type: none"><input type="radio"/> a. $f'(2)=3$<input type="radio"/> b. $f'(2)=2$<input type="radio"/> c. $f'(2)=0$<input type="radio"/> d. $f'(2)=-2$<input type="radio"/> e. Ninguna opción es correcta

Pregunta 3

La derivada de la siguiente función en el punto $(2, 3)$ es igual a $2/3$

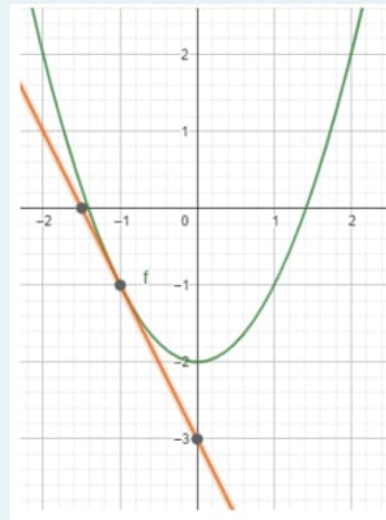


Seleccione una:

- Verdadero
- Falso

Pregunta 4

La derivada de la siguiente función cuadrática en el punto $(-1, -1)$ es igual a -1

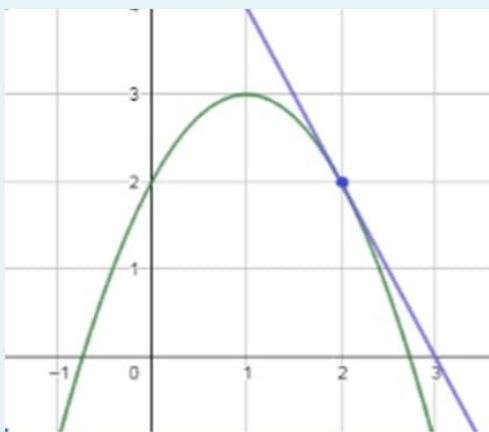


Seleccione una:

- Verdadero
- Falso

Pregunta 5

La derivada de la siguiente función en el punto $x=2$ es:

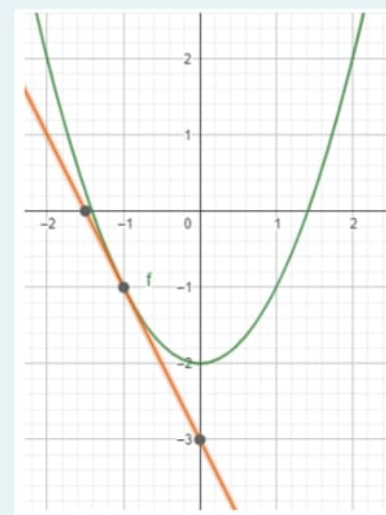


Seleccione una:

- a. $f'(2) = -2$
- b. Ninguna opción es correcta
- c. $f'(2) = 3$
- d. $f'(2) = 0$
- e. $f'(2) = 2$

Pregunta 6

La derivada de la siguiente función cuadrática en el punto $(-1, -1)$ es igual a -2

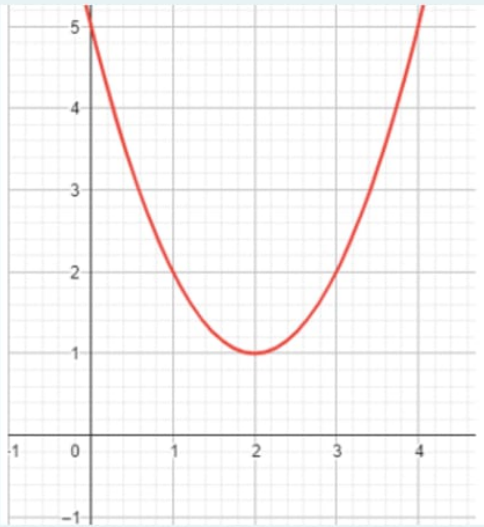


Seleccione una:

- Verdadero
- Falso

Pregunta 7

La siguiente función tiene derivada igual a cero en:

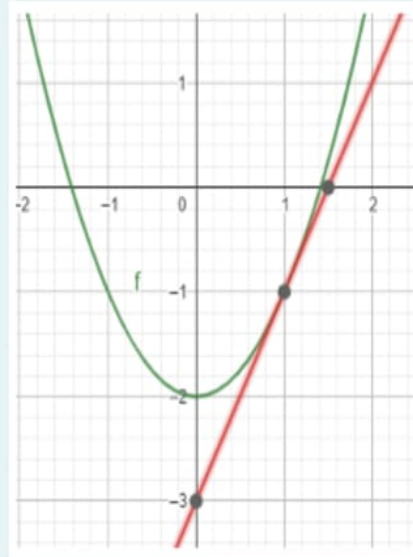


Seleccione una:

- a. $x = 2$
- b. $x = 5$
- c. $x = 4$
- d. $x = 3$
- e. No es posible conocerlo sólo con la gráfica

Pregunta 8

La derivada de la siguiente función cuadrática en el punto (1,-1) es igual a -3

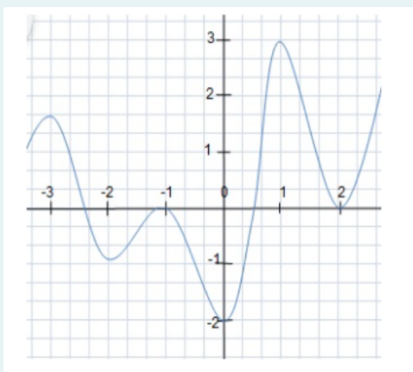


Seleccione una:

- Verdadero
- Falso

Pregunta 9

Observe el gráfico. En los puntos $x=-3$, $x=-1$, $x=1$, la derivada de la función es igual a 0.



Seleccione una:

- Verdadero
- Falso

Pregunta 10

Dado el siguiente gráfico, podemos asegurar que $f'(2)=0$ y $f'(0)=0$



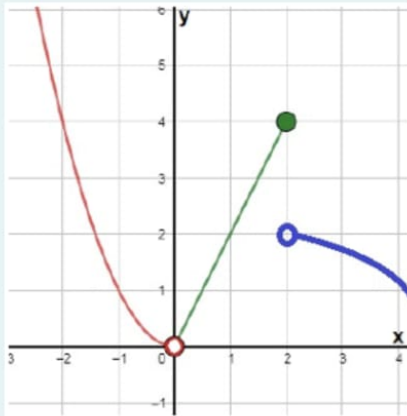
Seleccione una:

- Verdadero
- Falso

Preguntas 11 a 16: Existencia de la derivada en un punto observando condiciones geométricas.

Pregunta 11

Indica para qué valores de x la siguiente función NO es derivable: (puede haber más de una respuesta)

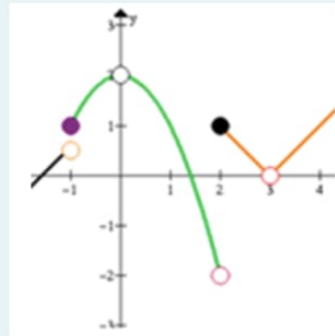


Seleccione una o más de una:

- a. $x = 4$
- b. $x = 0$
- c. $x = 2$
- d. La función es derivable para todo valor x

Pregunta 12

Indica para qué valores de x la siguiente función NO es derivable: (puede haber más de una respuesta)

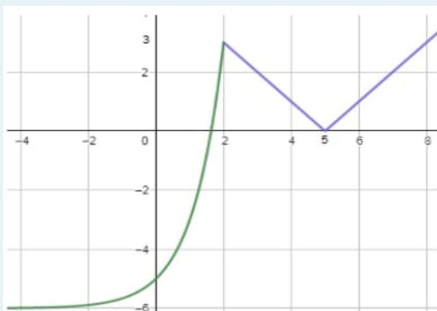


Seleccione una o más de una:

- a. $x = 3$
- b. La función es derivable para todo valor x
- c. $x = 1$
- d. $x = -1$
- e. $x = 2$

Pregunta 13

Indica para qué valores de x la siguiente función NO es derivable: (puede haber más de una respuesta)

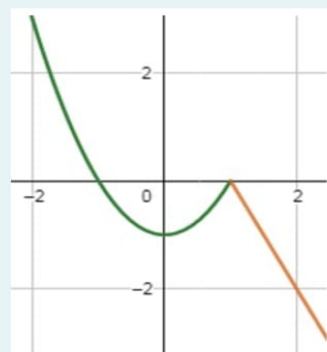


Seleccione una o más de una:

- a. $x = 0$
- b. $x = 5$
- c. $x = 2$
- d. La función es derivable para todo valor x
- e. $x = -6$

Pregunta 14

Indica para qué valores de x la siguiente función NO es derivable:

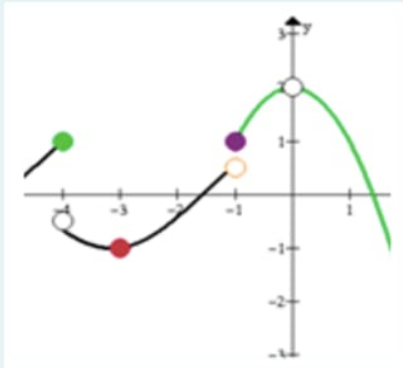


Seleccione una:

- a. $x = -2$
- b. La función es derivable para todo valor x
- c. $x = 0$
- d. $x = 2$
- e. $x = 1$

Pregunta 15

Indica para qué valores de x la siguiente función NO es derivable: (puede haber más de una respuesta)

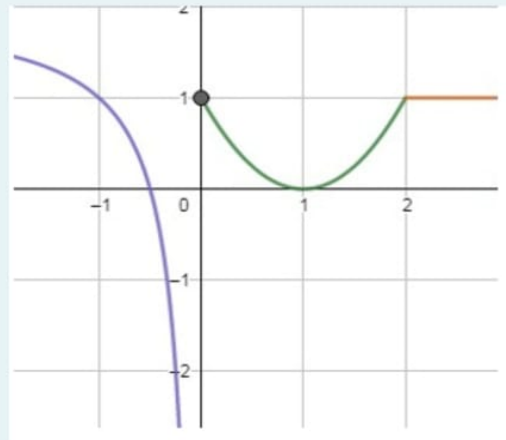


Seleccione una o más de una:

- a. $x = -1$
- b. $x = 2$
- c. $x = 0$
- d. La función es derivable para todo valor x
- e. $x = -4$

Pregunta 16

Indica para qué valores de x la siguiente función NO es derivable:



Seleccione una:

- a. $x = 0$
- b. $x = -1$
- c. $x = 2$
- d. La función es derivable para todo valor x
- e. $x = 1$

Preguntas 17 a 24:

Funciones crecientes y decrecientes. Intervalos de crecimiento y decrecimiento. Uso de la derivada para la interpretación gráfica y fundamentos teóricos.

Pregunta 17

En los tramos que la función es decreciente, la pendiente de la recta tangente es positiva.

Seleccione una:

- Verdadero
- Falso

Pregunta 18

En los tramos que la función es creciente, la pendiente de la recta tangente es negativa.

Seleccione una:

- Verdadero
- Falso

Pregunta 19

Sea $f(x)$ una función continua en el intervalo $[a, b]$ y diferenciable en (a, b) .

Si c pertenece al intervalo (a, b) , y $f'(c) = 0$, podemos asegurar que la función f es decreciente en el intervalo (a, b)

Seleccione una:

- Verdadero
 Falso

Pregunta 20

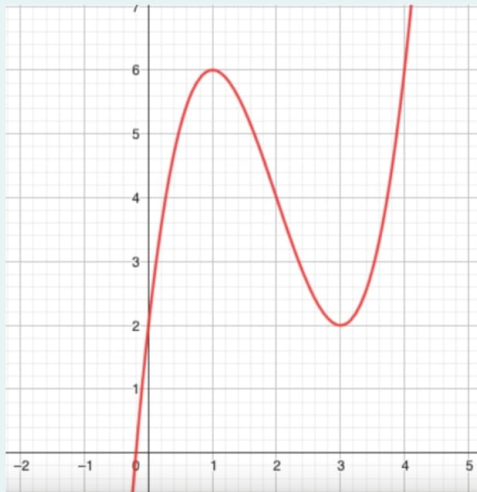
La función $f(x) = x^3 + 2$ es decreciente en todo su dominio

Seleccione una:

- Verdadero
 Falso

Pregunta 21

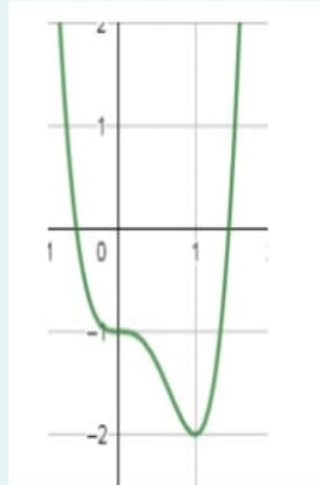
Dada la gráfica de la siguiente función, indique cuál/es son lo/s intervalo/s de crecimiento de la misma:



- a. Ninguna respuesta es correcta
 b. $(3, +\infty)$
 c. No es posible determinar los intervalos de crecimiento en esta gráfica
 d. $(-\infty, 1)$
 e. $(1, 3)$

Pregunta 22

Considerando la función en la imagen, podemos asegurar que la misma decrece en $(-\infty, 1)$ y crece en $(1, +\infty)$

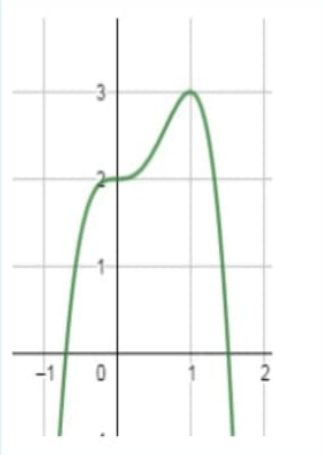


Seleccione una:

- Verdadero
 Falso

Pregunta 23

Considerando la función en la imagen, podemos asegurar que la misma crece en $(-\infty, 3)$ y decrece en $(3, +\infty)$

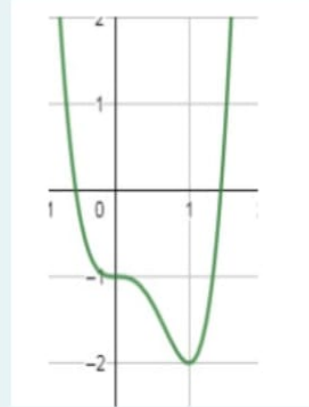


Seleccione una:

- Verdadero
- Falso

Pregunta 24

Considerando la función en la imagen, podemos asegurar que decrece en $(-1/2; 3/2)$ y crece en $(3/2; +\infty)$



Seleccione una:

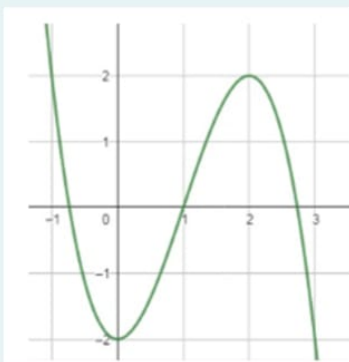
- Verdadero
- Falso

Preguntas 23 a 26 :

Máximos y mínimos. Interpretación gráfica y fundamentos teóricos

Pregunta 25

Dado el siguiente gráfico podemos asegurar que la función presenta un máximo en el punto $(1;0)$

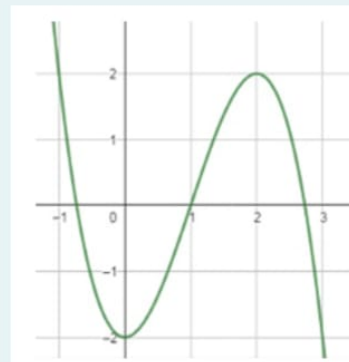


Seleccione una:

- Verdadero
- Falso

Pregunta 26

Dado el siguiente gráfico, podemos asegurar que la función presenta un mínimo local en el punto $(0;-2)$



Seleccione una:

- Verdadero
- Falso

Pregunta 27

En el siguiente gráfico se puede observar que la función presenta un mínimo local en el punto (1;-2)

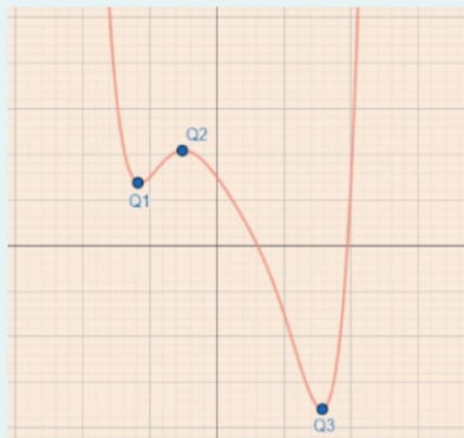


Seleccione una:

- Verdadero
 Falso

Pregunta 28

En el siguiente gráfico se puede observar que la función no presenta máximos locales



Seleccione una:

- Verdadero
 Falso

Pregunta 29

Sea $f(x)$ una función continua en el intervalo $[a, b]$, diferenciable en (a, b) y sea c un valor del intervalo (a, b) .

Si $f'(c) = 0$, podemos asegurar que tenemos sí o sí un valor máximo o mínimo en (a, b)

Seleccione una:

- Verdadero
 Falso

Pregunta 30

Sea $f(x)$ una función continua en el intervalo $[a, b]$ y diferenciable en (a, b) .

Si x pertenece al intervalo (a, b) , podemos asegurar que la función tiene un valor extremo en x si se cumple que $f'(x) = 0$

Seleccione una:

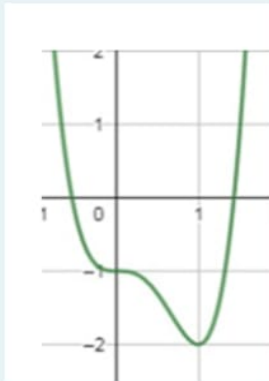
- Verdadero
 Falso

Preguntas 31 a 34:

Concavidad y Puntos de Inflexión. Interpretación gráfica

Pregunta 31

La siguiente función no tiene puntos de inflexión



Seleccione una:

- Verdadero
- Falso

Pregunta 32

Sea $f(x)$ una función continua en el intervalo $[a, b]$ y diferenciable en (a, b) .

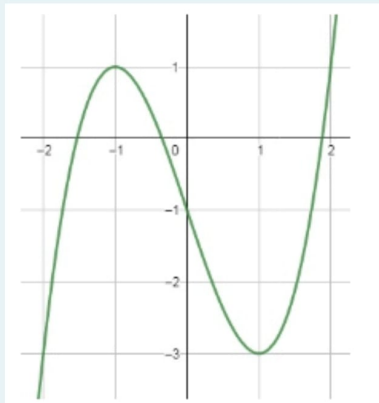
Si c pertenece al intervalo (a, b) , y $f'(c) = 0$, podemos asegurar que existe un punto de inflexión en c .

Seleccione una:

- Verdadero
- Falso

Pregunta 33

Esta función es convexa en el intervalo $(-\infty, 1)$

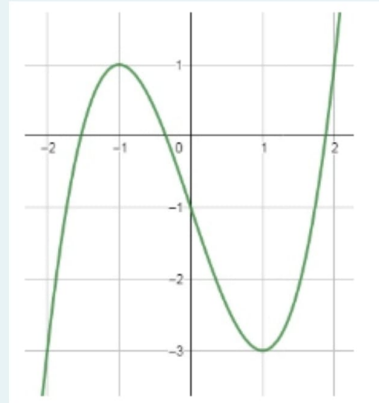


Seleccione una:

- Verdadero
- Falso

Pregunta 34

Esta función es cóncava en el intervalo $(-\infty, 0)$ y convexa en el intervalo $(0, +\infty)$



Seleccione una:

- Verdadero
- Falso

Preguntas 35 y 36 :

Conversión del registro algebraico al gráfico. Análisis de condiciones de la función y su derivada en relación a la gráfica de la función.

Pregunta 35

Indica cuál de las siguientes gráficas corresponde a una función que cumpla las siguientes condiciones:

$$f(0) = 0;$$

$$f'(1) = 0;$$

$$f'(3) = 0;$$

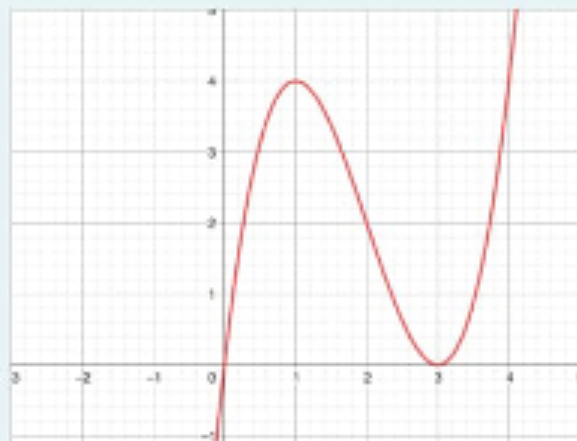
$$f'(2) = -3$$

a. Ninguna de las gráficas se ajusta a las condiciones dadas

b.



c.



d. Ambas gráficas se ajustan a las condiciones dadas

Pregunta 36

Indica cuál de las siguientes gráficas corresponde a una función que cumpla las siguientes condiciones:

$$f(0) = 0;$$

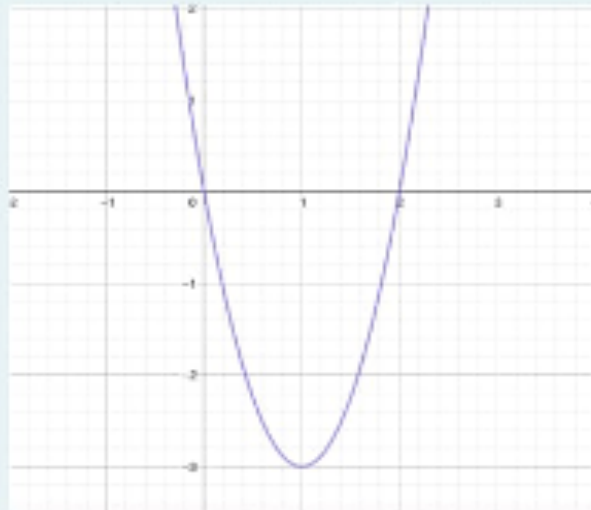
$$f'(0) = 3;$$

$$f'(1) = 0;$$

$$f'(2) = -1$$

a. Ninguna de las gráficas se ajusta a las condiciones dadas

b.



c. Ambas gráficas se ajustan a las condiciones dadas

d.

